SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Guía Pedagógica Extraordinaria para el desarrollo de Aprendizajes Esperados en el Semestre "A" del Ciclo Escolar 2020-2021

-MATEMÁTICAS I-
PRIMER SEMESTRE

Índice

Presentación

Estimada maestra
Estimado maestro

La Dirección General del Bachillerato (DGB) ha puesto en marcha la Estrategia para el inicio del ciclo escolar en el marco de la nueva normalidad, para ser implementada por el cuerpo académico durante el semestre A del ciclo escolar 2020-2021.

Esta acción acontece en el marco de la declaración de la Organización Mundial de la Salud (OMS) del 11 de marzo de 2020, sobre el estatus de pandemia del brote del virus SARS-CoV2 (COVID-19) y de las diversas acciones tomadas por el gobierno de México a través de la Secretaría de Salud, como la "Jornada nacional de sana distancia", iniciadas el 23 de marzo de 2020.

Además, la estrategia citada está en cumplimiento con el Acuerdo por el que se establece una estrategia para la reanudación de las actividades sociales, educativas y económicas, así como un sistema de semáforo por regiones para evaluar semanalmente el riesgo epidemiológico relacionado con la reapertura de actividades en cada entidad federativa, y el establecimiento de acciones extraordinarias, publicado en el Diario Oficial de la Federación el 14 de mayo del año en curso.

El reto principal consistió en generar una forma de continuar con el proceso educativo de los jóvenes bachilleres durante condiciones a distancia por una comunidad cuyas actividades cotidianas sucedían de manera presencial.

Además, fue necesario advertir las siguientes consideraciones:

- Salvaguardar la salud física y emocional tanto del estudiantado como del personal que labora en el plantel.
- Promover la responsabilidad en el estudiantado, con la finalidad de que éste pueda afrontar un cambio en los roles implicados en la educación a distancia.
- Fortalecer las habilidades digitales en el profesorado, así como la promoción del uso de recursos tecnológicos para el desarrollo de actividades académicas, ya sea de manera independiente o bien dentro del plantel, brindando acceso a internet bajo los protocolos sanitarios especificados.
- Conceptualizar el trabajo a distancia como una actividad que puede llevarse a cabo sin herramientas virtuales, o con apoyo de éstas, en consideración del contexto de cada plantel.
- Contar con estrategias que permitan dar continuidad a las actividades académicas y mecanismos de evaluación, ya sea de manera presencial y/o a distancia.

Así, con la finalidad de contribuir a la continuidad de la labor educativa realizada por el profesorado al interior de los planteles y considerando las especificaciones de la Nueva Normalidad, la Dirección General del Bachillerato, en colaboración con personal docente especializado en cada uno de los Campos Formativos, se dio a la tarea de desarrollar la presente "Guía pedagógica extraordinaria para el desarrollo de aprendizajes esperados para el semestre A del ciclo escolar 2020-2021", cuyo propósito es apoyar el trabajo docente con el estudiantado de las asignaturas del componente de formación básico.

La presente Guía contiene una serie de actividades diseñadas y revisadas por personal docente acordes a los Aprendizajes Esperados Esenciales, para desarrollarse por el estudiantado. Cuenta con una introducción, un desarrollo temático, sugerencias de estudio, propuestas de evaluación y referencias tanto físicas como electrónicas, lo cual permitirá que sean adaptadas a los diferentes contextos y recursos con los que cuenta la comunidad educativa.

Asimismo, es importante resaltar, que con el fin de proporcionar al estudiantado las herramientas necesarias para la conclusión del bachillerato, debe buscarse en todo momento el desarrollo de los programas de estudio vigentes, por lo que esta Guía no es exhaustiva ni sustituye la orientación del docente, tampoco es de uso obligatorio, es una sugerencia para abordar los Aprendizajes Esperados Esenciales y un instrumento que contribuye a garantizar el adecuado desarrollo y tránsito del estudiantado de Educación Media Superior.

Por todo lo anterior un agradecimiento especial a las autoridades educativas de los Centros de Estudio de Bachillerato, de las Escuelas Preparatorias Federales Lázaro Cárdenas y de los Colegios de Bachilleres Estatales participantes, la DGB reconoce ampliamente el esfuerzo, dedicación y vocación del personal docente involucrado en la elaboración de la presente Guía, que es fruto de la capacitación y el trabajo colegiado, el cual es el eje conductor de la vida académica de los planteles de Educación Media Superior.

Antes de comenzar

Estimada alumna
Estimado alumno

La pandemia provocada por el virus SARS-CoV2 (COVID-19), desde el mes de marzo nos obligó a dejar los planteles y resguardarnos en nuestras casas para cuidar nuestra salud y la de los demás. Esta situación ha provocado que todos diseñemos nuevas estrategias de comunicación tanto con nuestros familiares y seres queridos, como con nuestros docentes y compañeros de escuela. Algunos de ustedes han mantenido una comunicación con sus docentes por medio de diferentes plataformas digitales, otros se han comunicado por correo electrónico, WhatsApp, Facebook, mensajes de texto o llamadas telefónicas, pero algunos de ustedes no han podido establecer una comunicación con sus maestras o maestros por ninguna de estas vías.

Ante esta situación, la Dirección General del Bachillerato junto con un gran grupo de maestras y maestros hemos diseñado el material que tienes ante ti, la "Guía pedagógica extraordinaria para el desarrollo de aprendizajes esperados para el semestre A del ciclo escolar 2020-2021". Esta Guía es una herramienta que te ayudará a estudiar cada una de las asignaturas que estarás cursando durante este semestre.

Esta Guía cuenta con una introducción, información esencial, sugerencias para el estudio, propuestas de evaluación y referencias bibliográficas que puedes consultar en una biblioteca o de manera electrónica.

Es importante que sepas que tu maestra o maestro de la asignatura que cursas se pondrá en contacto contigo para definir:

- Fechas y medios de entrega de las actividades que realices al estudiar esta Guía.
- Cuáles serán los criterios para evaluar las actividades que realices.

Así mismo, es necesario que conozcas que la evaluación es un proceso que permite identificar dificultades y errores en las actividades que realices y que tu maestra o maestro te ayudará a corregirlas y mejorarlas.

En este sentido, a lo largo del material podrás encontrar diversas actividades, las cuales permitirán conocer tus conocimientos previos, el nivel de avance y el logro alcanzado al finalizar el curso. Por ello, se te sugiere que atiendas a las indicaciones de cada una de las actividades propuestas, con la finalidad de que logres el mayor aprendizaje posible.

Ante cualquier duda, podrás acercarte a tu maestra o maestro para que te brinde la orientación necesaria.
Finalmente te damos las siguientes recomendaciones para el estudio de la presente Guía:

- Dedica un horario determinado al estudio, toma en consideración el tiempo que dedicas a las otras actividades que realizas en casa.
- Adecua un espacio en el que te sientas cómodo, procurando que cuentes con suficiente luz natural y tengas los menores distractores posibles.
- Define un canal y un horario de comunicación con tus maestras o maestros.
- Revisa todo el material de la Guía y atiende las indicaciones que tu maestra o maestro te hagan para su estudio.

Te deseamos el mejor de los éxitos en tu estudio.

BLOQUE I. Números y operaciones aritméticas.

Introducción

Aprendizaje Esperado:

1. Resuelve y formula de manera colaborativa problemas aritméticos eligiendo críticamente una alternativa de solución que le permita afrontar retos en situaciones de su entorno.

2. Argumenta procedimientos para resolver problemas aritméticos presentes en su contexto.

Para comenzar con Matemáticas I, hablaremos de uno de los conceptos que se encuentran presentes en nuestra vida diaria y que utilizamos de manera cotidiana: el número. ¿Cómo decirle la hora, la fecha de tu cumpleaños, a alguien, pero sin usar números? ¿Cómo pedir en la tienda una cantidad de algo sin tener presente la idea del número? ¿Te lo imaginas? La necesidad de representar la cantidad de algún objeto no es nueva, se inició en tiempos muy antiguos, cuando nuestros antepasados se vieron en la necesidad de representar, con ayuda de piedras, el número de ovejas, perros, vacas o hijos que tenían. En pocas palabras, los números son una representación abstracta de una cantidad física; además, debes tener en cuenta que están clasificados por sus características, es decir, tienen ciertas propiedades y alrededor de ellos se convinieron leyes, reglas o normas para usarlos. En este bloque tendrás la oportunidad de conocerlos y estudiarlos con mayor detalle.

Desarrollo

Números

En tiempos muy antiguos, el conteo se efectuaba mediante representaciones con pequeñas piedras. Es por esto por lo que, en la actualidad se usa la palabra cálculo, ya que dicha palabra proviene del latín *calculus*, que significa piedras. Debido a que la contabilidad se realizaba con objetos, los números expresan la medida de una magnitud o cantidad en relación con una unidad; los numerales son el símbolo con el que se representa a un número. En la Imagen 1, podrás observar cómo se clasifican los números reales.

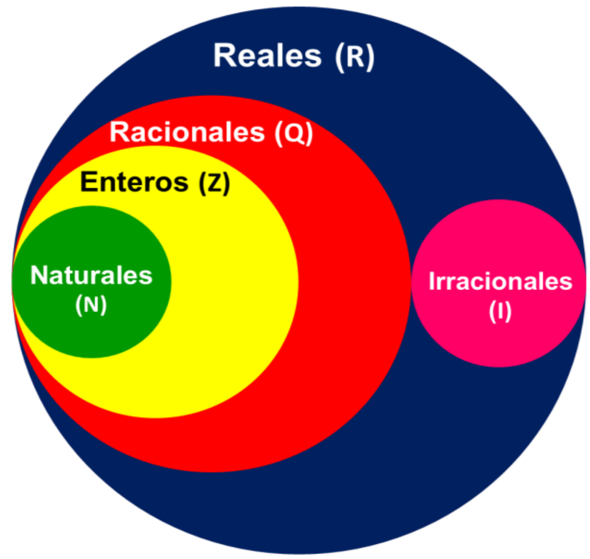


Imagen 1. Conjunto de números reales
Imagen propia

Clasificación y propiedades de los números reales

Números reales
Los números reales se definen como la unión de todos los conjuntos numéricos, es decir, números racionales, naturales, enteros e irracionales. Al conjunto de los números reales los vamos a denotar con la letra R, como está expuesto en el esquema anterior.

Números racionales
Los números racionales se definen como la unión de los conjuntos de los números naturales y enteros. Al conjunto de los números racionales lo vamos a representar con la letra Q.

Un número racional se puede expresar como fracción $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y $b \neq 0$. Todo número racional puede expresarse como número decimal exacto o periódico.

$$R= \{^{-}\infty\ldots-2,-1,\ 0,\ +1,\ +2\ldots\infty^{+}\}$$

Números naturales
Denominamos números naturales a los que utilizamos para contar la cantidad de elementos de un conjunto no vacío. A dicho conjunto lo vamos a denotar con la letra N.

$$N= \{+1,\ +2\ldots\infty^{+}\}$$

Números enteros
El conjunto de los números enteros es la unión de los conjuntos de números naturales, el cero y los naturales negativos. A este conjunto lo vamos a denotar con la letra Z.

$$Z= \{^{-}\infty\ldots-2,-1,\ 0,\ +1,\ +2\ldots\infty^{+}\}$$

Números irracionales
El conjunto de los números irracionales se compone de todos los números que no son números racionales. Debido a su nombre no se pueden escribir en forma de razón (fracción), pues no siguen un orden o periodicidad. A este conjunto lo vamos a denotar con la letra I.

Para practicar el aprendizaje esperado, realiza la actividad 1 y compártela con el personal docente asignado por el medio que se te indique.

Operación con los números reales.
Las operaciones básicas que se pueden realizar con los números reales son: suma o adición (**+**); resta, diferencia o sustracción (–); multiplicación (**x**) y división (**÷**).

En el caso de la multiplicación, el signo **x** se puede sustituir por un punto o paréntesis, y la división, por lo general, se indica como fracción $\left(\frac{a}{b}\right)$. A continuación, veremos algunas propiedades de los números reales.

Propiedades para la suma o adición de números reales
La suma de los números reales es una operación binaria, es decir, que se efectúa entre dos números reales conocidos como sumandos, definida dentro del conjunto. Las propiedades de los números reales bajo la operación son:

Cerradura: El resultado de sumar dos números es otro número real: si a y b son dos números reales, entonces a + b también lo es.

Asociativa: El modo de agrupar a los sumandos no modifica el resultado; si a + b + c son tres números reales, entonces (a + b) + c = a + (b + c).

Conmutativa: El orden de los sumandos no cambia el resultado de la suma: si a y b son dos números reales, entonces a + b = b + a.

Elemento neutro: El cero (**0**) es el elemento neutro de la suma. Todo número sumado con el cero da el mismo número como resultado. Si a es un número real, entonces existe el número cero (0) tal que a + 0 = 0 + a = a.

Elemento inverso aditivo: Dado que un número real a se define como su inverso aditivo como el número -a; y cumple la propiedad de que: a + (– a) = –a + a = 0.

Propiedades para la diferencia de números reales
La diferencia de dos números reales es un caso particular de la suma. Se define como la suma del minuendo más el inverso del sustraendo, es decir: a – b ≠ a **+** (– b).

Por lo tanto, diremos que la resta es la operación inversa a la suma. Siempre dos números reales se pueden restar. Al efectuar restas debemos tener cuidado con los signos de los números, ya que la resta no es conmutativa: a – b ≠ b – a. Por ejemplo:

El resultado de la resta (a – b):	12 – 11= 1
Mientras que el resultado de la siguiente resta (b – a):	11 – 12 = –1
Entonces a – b ≠ b – a:	12 – 11 ≠ 11 – 12

Propiedades para la multiplicación de números reales
El producto o multiplicación de dos números reales a y b es otro número real, que se describe como (a)(b) o como ab. Por esto último podemos decir que la multiplicación cumple la propiedad de cerradura.

Para la multiplicación se cumplen propiedades similares a las de la adición. Sin embargo, en la multiplicación debemos prestar especial atención al elemento neutro y al elemento inverso multiplicativo o recíproco.

Cerradura: Al multiplicar dos o más números reales, el orden no afecta el resultado: si a y b son dos números reales, entonces ab = ba.

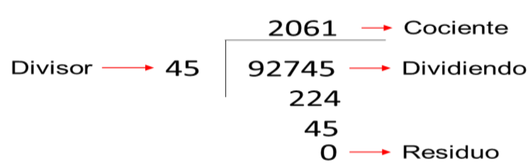
Asociativa: Es la propiedad que nos permite agrupar a los factores de un producto de diferentes formas sin alterar el resultado: si a, b y c son números reales, entonces (ab)c = a (bc).

Elemento neutro multiplicativo: Existe un elemento de los números reales tal que, al multiplicativo por cualquier número real, da como resultado el mismo número real. Ese elemento es el número uno (1): Si a es un número real, entonces existe el número 1 tal que: (a)(1) = (1)(a) = a.

Elemento inverso multiplicativo o recíproco: Dado un número real diferente de cero, podemos exhibir otro número real que al multiplicarlo por el primero obtenemos como resultado al neutro de la multiplicación, es decir, el 1: Si a es un número real, entonces existe el número $\frac{1}{a}$ tal que:

$$(a)\frac{1}{a} = \frac{1}{a}\ (a) = 1$$

Propiedades para la división de números reales
La división es la operación inversa de la multiplicación, pues se reparte en partes iguales.



La división es una operación entre dos números conocidos como dividendo y divisor.

Para dos números reales siempre se puede hacer una división, excepto cuando el divisor es 0 (cero). Una fracción puede representarse como el numerador por el recíproco del denominador, como se ve en la figura:

$$\frac{a}{b} = (a)\frac{1}{b}$$

La división no cumple con las propiedades conmutativa ni asociativa.

a) La división no es conmutativa debido a que la división $\frac{1}{2} = 0.5$ es diferente a la división $\frac{2}{1} = 2$.
b) La división no es asociativa, debido a que $\frac{8}{4} \div 2 = 1$ es diferente a la división $8 \div \frac{4}{2} = 4$.

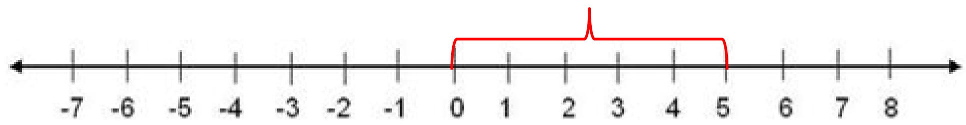
Una vez que has comprendido el panorama general de los números reales, procederemos a analizar por separado las operaciones de los números que lo conforman.

Para practicar el aprendizaje esperado, realiza las actividades 2, 3 y 4 y compártelas con el personal docente asignado por el medio que se te indique.

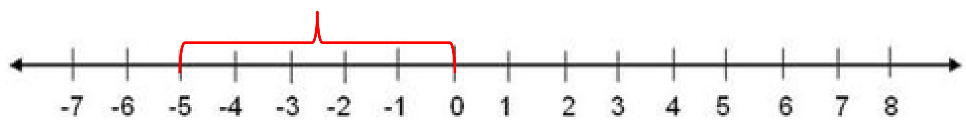
Propiedades de los números enteros

Valor absoluto
El valor absoluto de un número “a”, denotado por $|a|$, es la distancia desde cero hasta “a” sobre la recta numérica. Tal distancia siempre será tomada como no negativa. El valor absoluto de un número se calcula de la siguiente manera:

$$|5| = 5$$



$$|-5| = 5$$



En general, para cualquier número real X se tiene que:

- Si el número es negativo, lo convierte a positivo: $|-5| = 5$
- Si el número es cero o positivo, se queda igual: $|0| = 0$, $|5| = 5$.

Para practicar el aprendizaje esperado, realiza la actividad 5 y compártela con el personal docente asignado por el medio que se te indique

Orden en los números reales
Para todos los números reales, un número que se localice a la izquierda de otro en la recta numérica es menor que éste. Para representar tales situaciones, vamos a utilizar dos conectivos que servirán para el orden de los números reales, estos son:

a) Relación menor que (<)
Para indicar que un número es menor que otro usamos el símbolo <, que se lee “menor que”.

Ejemplo: Para indicar que 3 es menor que 6 usamos la siguiente expresión: 3<6. En general, si deseamos indicar que un número a es menor que otro número b, usamos la expresión: a < b.

b) Relación mayor que (>)
Si queremos escribir que un número es mayor que otro usamos el símbolo >, que se lee “mayor que”. Ejemplo: Para indicar que 9 es mayor que 3 usamos la siguiente expresión: 9 > 3. En general, expresamos que un número a es mayor que otro número b usando la expresión a > b.

Estas dos relaciones pueden relacionarse entre sí, ya que si a < b, entonces también b>a.

Criterios para ordenar a los números enteros:

- Todo número negativo es menor que cero: $-3 < 0$.
- Todo número positivo es mayor que cero: $3 > 0$.
- De dos números negativos, es mayor el que tiene menor valor absoluto: $-7 > -10$.
- De dos números positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto. $10 > 7$.

Ejemplo: Si decimos que un hijo es menor que su padre es equivalente a decir que el padre es mayor que el hijo: hijo (h) < padre (p) es equivalente de p > h. En la recta numérica el número que se ubica a la derecha del otro es mayor.

Para practicar el aprendizaje esperado, realiza la actividad 6 y compártela con el personal docente asignado por el medio que se te indique.

Leyes de los signos en operaciones de números enteros

Leyes de los signos para la suma

a) Cantidades con signos iguales se suman y al resultado se le antepone el signo que tiene cada cantidad.

$$(+6) + (+4) = +10$$
$$(-6) + (-4) = -10$$

b) Cantidades con signo diferente se restan y al resultado se le antepone el signo de la cantidad con mayor valor absoluto.

$$(+6) + (-4) = +2$$
$$(-6) + (+4) = -2$$

Leyes de los signos para la resta

El minuendo se suma con el inverso aditivo del sustraendo y al resultado se le antepone el signo de la cantidad con mayor valor absoluto.

$$(+6) - (-4) = (+6) + (+4) = +10$$
$$(-6) - (+4) = (-6) + (-4) = -10$$

Leyes de los signos para la multiplicación y división

a) El producto o cociente de dos cantidades con signos iguales es positivo.

$$(+)\ \times/\div\ (+) = (+)$$
$$(-)\ \times/\div\ (-) = (+)$$

b) El producto o cociente de dos cantidades con signos diferentes es negativa.

$$(+)\ \times/\div\ (-) = (-)$$
$$(-)\ \times/\div\ (+) = (-)$$

Leyes de los signos para un exponente o potencia

Definimos al exponente como aquel número que indica el número de veces que se debe multiplicar la base por sí. misma:

$$\text{Base} \longrightarrow 2^{\,3\,\longrightarrow\,\text{Residuo}} = \underbrace{(2)(2)(2)}_{\text{Base}}=8$$

Con este concepto podemos determinar que la potencia (del exponente natural) de un número entero es otro número entero, cuyo signo es el que se deduce de la aplicación de las siguientes reglas:

- Las potencias de exponentes pares son siempre positivas.
- Las potencias de exponentes impares tienen el mismo signo de la base.

Leyes de los exponentes

Revisemos las propiedades para las potencias con una de las bases más sencillas, la base 2.

- **Potencia cero (0):** Todo número elevado a la potencia cero es igual a 1: $2^0 = 1$.
- **Potencia uno (1):** Todo número elevado a la potencia 1 es igual al mismo número: $2^1 = 2$.
- **Producto de potencias con la misma base:** Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

$$(2^3)(2^4) = 2^{2+4} = 2^6$$

- **División de potencias con la misma base:** Es la misma base, cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

$$\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$$

- **Potencia de una potencia:** Es la misma base, cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$(2^3)^5 = 2^{(3)(5)} = 2^{15}$$

- **Producto de potencias con el mismo exponente**: Es otra potencia con el mismo exponente, cuya base es el producto de la base.

$$(2 \bullet 3)^5 = 2^5 \bullet 3^5$$

- **Cociente de potencias con el mismo exponente:** El cociente de dos potencias de la misma base equivale a otra potencia, cuya base es la misma y su exponente es la resta de los exponentes.

$$\left(\frac{2}{4}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$$

Para practicar el aprendizaje esperado, realiza la actividad 7 y compártela con el personal docente asignado por el medio que se te indique.

Jerarquía de operaciones

Primero. Se deben realizar las operaciones que aparecen encerradas entre símbolos de agrupamiento como paréntesis (), llaves {} o corchetes []. Si dentro de un agrupamiento hay otro, se debe evaluar el agrupamiento más interno.

Segundo. Ya que se hayan resuelto las operaciones agrupadas, se realizarán todas las potencias o raíces en la expresión.

Tercero. Si no hay operaciones agrupadas, ni potencias o raíces, se evaluarán todas las multiplicaciones o divisiones de la expresión.

Cuarto. Y, por último, se deben evaluar, a falta de las anteriores, las sumas o restas que haya en la expresión.

Ejemplo: Evaluar la siguiente expresión y encontrar el valor que produce:

1. $3 + 2^3 + 4(6 - 4) - 2$.

Aplicando la regla de prioridad tenemos: $3 + 2^3 + 4\underline{(6 - 4)} - 2$ Se realiza la operación que se encuentra dentro del símbolo de agrupamiento, después, $3 + \underline{2^3} + 4(2) - 2$ efectuamos la potencia debido a que no se encuentran operaciones agrupadas; continuamos evaluando la expresión $3 + 8 + 4\underline{(2)} - 2$ y notamos que los paréntesis no agrupan una operación, si no al número 2. Eso nos indica que debemos de multiplicar el número 2 con el número 4 que le precede. Enseguida $3 + 8 + 8 - 2$, en esta expresión quedan sumas y restas, todas tienen la misma jerarquía, sin embargo aplicaremos la regla de asociatividad, que expresa que cuando en una expresión existan varias operaciones del mismo nivel de importancia éstas deberán evaluarse en el orden de aparición en la expresión, es decir, se irán evaluando de izquierda a derecha, como se ilustra en el siguiente ejemplo: $\underline{3 + 8} + 8 - 2$, luego $\underline{11 + 8} - 2$, finalmente $19 - 2 = 17$.

Para practicar el aprendizaje esperado, realiza la actividad 8 y compártela con el personal docente asignado por el medio que se te indique.

Conjunto de números primos

El conjunto de números primos tiene las características de poder dividirse únicamente en 1 y entre sí mismos. A continuación, en la tabla 1, podrán visualizar los números primos que se encuentran del 1 al 100.

1	**2**	**3**	4	**5**	6	**7**	8	9	10
11	12	**13**	14	15	16	**17**	18	**19**	20
21	22	**23**	24	25	26	27	28	**29**	30
31	32	33	34	35	36	**37**	38	39	40
41	42	**43**	44	45	46	**47**	48	49	50
51	52	**53**	54	55	56	57	58	**59**	60
61	62	63	64	65	66	**67**	68	69	70
71	72	**73**	74	75	76	77	78	**79**	80
81	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90
91	92	93	94	95	96	**97**	98	99	100

Tabla 1. Numeros primos que existen entre el 1 al 100

Image propia

Los números primos son aquellos que solo son divisibles (al dividirse entre otro da un número entero) entre ellos mismos y el 1.

Por ejemplo: El número 07. Es un número primo porque solo es divisible por 7 y por 1.

Mínimo común múltiplo (mcm)
Se descomponen los números en sus factores primos y el mcm se forma con el producto de sus factores primos comunes y no comunes afectados de su mayor exponente.

Se desea conocer el mcm de 50, 80, 120 y 300.

$$50 = 2 \times 5^2$$
$$80 = 2^4 \times 5$$

Se factoriza cada número:

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$
$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

El mcm estará formado por el factor 2 elevado a su mayor exponente que es 4, multiplicado por el factor primo 5 elevado a su mayor exponente que es 2, multiplicado por el factor primo 3, elevado a su mayor exponente que es 1. Luego el mcm (50, 80, 120, 300) = 24 × 52 × 3 = 1200, este concepto también se conoce como común denominador para las operaciones con los números racionales (fracciones).

Para obtener el mcm de números basta con factorizarlos simultáneamente hasta obtener 1 en cada denominador como se ilustra en el proceso del siguiente ejemplo:

Ejemplo: Calcula el mínimo común múltiplo (mcm) de 4 y 12. Para obtener el mcm de números basta con factorizarlos simultáneamente hasta obtener 1 en cada denominador como se ilustra en el siguiente proceso:

4	12	
2	6	2
1	3	2
1	1	3

mcm (4 y 12) = (2)(2)(3) = 12

Máximo común divisor (mcd)
De un conjunto de números enteros, el máximo común divisor aritmético es el producto de todos los divisores comunes a todos los números de ese conjunto.

De este modo, para el conjunto A = {48, 60, 72, 90} buscamos el mayor divisor de todos los números en A.

Podemos darnos cuenta de que todos los números son pares, de modo que un divisor común es 2, pero hay divisores mayores que 2, como 4. Por tanto, 2 no puede ser considerado el máximo común divisor. Buscar divisores comunes a todos los números en A que sean mayores que 4 puede resultar difícil de este modo. Existe un método para encontrar el máximo común divisor aritmético basado en la factorización de un número, que utilizaste en cursos anteriores de Matemáticas y que ahora recordamos con los siguientes ejemplos:

Ejemplo: Calcula el máximo común divisor mcd para los números 6, 12 y 24:

6	12	24	
3	6	12	2
1	2	4	3

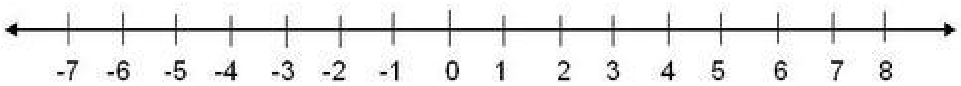
mcd (6, 12 y 24) = (2)(3) = 6

Para practicar el aprendizaje esperado, realiza la actividad 9 y compártela con el personal docente asignado por el medio que se te indique.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

El tiempo de entrega de cada actividad es de 1 clase.

Actividad 1: Localiza en una recta numérica los siguientes números 6, 8, $\frac{1}{2}$, -1.5, -4.25 y -5. Además, escribe junto a cada número a qué subconjunto de los reales pertenece.



Actividad 2. Escribe a cada operación la o las propiedades que se aplican en cada una de las sumas siguientes.

A. $6 + 9 = (9 + 6)$

B. $6 + (-6)$

C. $12 + 5 + 3 = 12 + (5 + 3)$

Actividad 3. Realiza las siguientes operaciones en tu cuaderno y analiza cada caso del elemento neutro, si la expresión es correcta escribe a continuación en el paréntesis la letra "V" (verdadero) y si es incorrecta coloca "F" (falso y la respuesta de manera correcta.

N°	Expresión	V o F	Expresión Correcta
1	$(3 + 1) \times 0 = 0$		
2	$(4)(1)(0) = 4$		
3	$\left(\frac{1}{3} + 5\right) \times 1 = \left(\frac{1}{3}\right)(5) + (5)(1)$		

Actividad 4. Escribe cuál es el inverso aditivo de las siguientes expresiones.

N°	Expresión	Inverso Aditivo
1	-3	
2	$-2\frac{1}{3}$	
3	$\frac{1}{3}$	

Actividad 5. Calcula el valor absoluto de las siguientes expresiones.

a) $\left|\frac{2^3 - 3^2}{-5}\right| =$

b) $\left|\frac{5^3 - 6^3 - 3^0}{2}\right| =$

Actividad 6. Escribe el símbolo **<**, **=** o **>** según corresponda, para que las expresiones sean verdaderas.

1. 2^3-4(2) _______5-1^2

2. $\left(\frac{12-8}{2}\right)$ _______ $\left(\frac{2^2}{1}\right)$

3. $-3^2 + 2(3)$_________$1^3(5)$

Actividad 7. Realiza las siguientes operaciones aritméticas respetando las leyes de los signos.

1. (-9) + (-3) =

2. (+7) + (-2) =

3. (+7) - (-11) =

4. (-8) - (+6) =

5. (+8) × (+10) =

6. (+15) × (-2) =

7. (-20) ÷ (-5) =

8. (-16) ÷ (+8) =

9. $6^0 + 3^2 =$

10. $3^1 + 2^4 =$

Actividad 8. Evaluar las siguientes expresiones y determinar su valor.

1. $\frac{7^2-5(7)}{2^3+6} + 4 - 1$=

2. $\frac{40.5}{5} + 2(12.3 - 8.35)$=

3. $\frac{2^3-4(3)}{2^2} + (13.45 - 0.45) - 1$=

Actividad 9. Determinar el mcm y el mcd de los siguientes arreglos de cantidades:

A. 18, 24, 40

B. 7, 10, 14

C. 3, 6, 12

D. 14, 38, 56

E. 24, 48, 56, 168

Sugerencias de estudio

Videos tutoriales:

1. Números reales y su clasificación
   https://www.youtube.com/watch?v=xOjQ3u7jSLQ&t=6s
2. Propiedades de los números reales
   https://www.youtube.com/watch?v=MOM_Kv-8p-g
3. Orden de los números reales: mayor que y menor que
   https://www.youtube.com/watch?v=0B05Uy0Cj-c
4. Sumas y restas
   https://www.youtube.com/watch?v=SRPkdB0vJzU&t=11s
5. Multiplicación y división
   https://www.youtube.com/watch?v=SRPkdB0vJzU
6. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor
   https://www.youtube.com/watch?v=txLIA_fyL5g

Evaluación

La evaluación del bloque será sumativa o formativa, a través de un portafolio de evidencias que constará de nueve actividades, mismas que se irá alimentando en Google Classroom o con material didáctico. Las actividades se evaluarán con base en la rúbrica para actividades de aprendizaje ubicada en el anexo. Independientemente de si fueron o no correctos, se le proporcionarán las respuestas para que pueda llevarse a cabo una autoevaluación.

Resuelve la siguiente evaluación para determinar cuánto aprendiste durante el bloque y al terminarla entrégala al personal docente asignado por el medio que se te indique.

Lee con atención y señala la respuesta correcta.

1. Los números irracionales están contenidos en:

   a) Números Naturales
   b) Números Enteros
   c) Números Racionales
   d) Ninguno de los anteriores

2. Los números naturales contienen a:

   a) Números enteros
   b) Números racionales
   c) Números enteros y racionales
   d) Ninguno de los números enteros y racionales

3. La suma conmutativa es cuando:

   a) El orden de los sumandos no varía la suma
   b) Cuando el puesto de un número es siempre el mismo número
   c) El orden de los sumandos varía la suma
   d) Cuando cero es el elemento neutro

4. Las potencias de exponente par son:

   a) Negativas
   b) Positivas
   c) Nulas
   d) Repetitivas

5. Cuando se multiplican números de signos diferentes el resultado es siempre:

   a) Positivo
   b) Lleva el mismo signo del número mayor
   c) Negativo
   d) Lleva siempre el mismo signo del número menor

6. La jerarquía en las operaciones, o el orden correcto para resolver el problema es:

    a) Signos de agrupamientos, potencias y radicales, multiplicación y división y sumas y restas
    b) Paréntesis, multiplicaciones, sumas y potencias
    c) Restas, divisiones, raíces y signos de agrupamiento
    d) Potencias, paréntesis, multiplicaciones y divisiones, restas y sumas

7. El mínimo común múltiplo de dos o más números es:

    a) Cuando el opuesto de un número es siempre el mismo número
    b) El menor de los múltiplos que es común a ambos números
    c) Cuando se suman dos números y como resultado se obtiene cero (0)
    d) Cuando cero (0) es el elemento neutro

8. La potencia (6.5^3) es igual a:

    a) (6.5) (6.5) (6.5)
    b) (6)(6)(6)(5)(5)(5)
    c) 63.53
    d) Todas las anteriores

Determina el valor de las siguientes expresiones:

9. $5 - 3^2 + \frac{18-2^3}{5+1} + (4-1)(3+2) =$

10. $\frac{40.5}{5} + 2(12.3 - 8.35) =$

Anexos

Bibliografía

1. González Pérez, P., & Uriarte Zambrano, M. V. (2015). *Química I*. México, D.F: Secretaría de Educación Pública. Obtenido de https://www.dgb.sep.gob.mx/servicios-educativos/telebachillerato/LIBROS/1-semestre-2016/Quimica-I.pdf
2. Colegio Nacional de Matemáticas. (2015). *Matemáticas simplificadas*. México: Pearson.
3. Cuéllar, J. (2018). *Matemáticas I*. México: McGraw Hill.
4. Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2017). *Precálculo: Matemáticas para el Cálculo*. México: Cengage Learning.

BLOQUE II. Razones y proporciones.

Introducción

Aprendizaje Esperado: Resuelve problemas de razones y proporciones en situaciones cotidianas que requieren de una toma de decisiones consciente e informada.

En múltiples situaciones has aplicado los conceptos de razón, porcentaje o proporción, por ejemplo, cuando te detienes a pensar qué descuento te conviene más, cuando pagas por cierta cantidad de artículos que cuestan lo mismo o al organizar tu gasto diario. Sin duda, en todos estos casos estás resolviendo algún problema de razones, porcentajes o proporciones. En este caso, para estudiar estos temas es conveniente que tengas presente los conceptos de fracción, operaciones aritméticas básicas, comparación de longitudes, lectura de gráficas, entre otros.

Desarrollo

Para resolver problemas de razones, porcentajes y proporciones es importante que estudies el significado de los siguientes conceptos:

Razón. Una razón en matemáticas es la comparación de dos cantidades mediante una división que puede ser representada como una fracción. Por ejemplo: por cada 30 ml de solución A, hay 180 ml de solución B, esto es 30:180 o $\frac{30}{180}$, de manera simplificada la razón es igual a $\frac{1}{6}$.

Porcentaje. Cuando se tienen razones cuyo denominador es 100 se llaman porcentajes y se representa con el símbolo %, esto es: 35/100 = 35%.

Una manera de calcular porcentajes es mediante la comparación de dos razones (fracciones equivalentes), de donde se conocen tres componentes y se calcula una (la incógnita). Por ejemplo: Calcular el 23% de 985.

$$\frac{23\%}{100\%} = \frac{?}{985}$$

Si 985 es la cantidad proporcional al 100%, se coloca en el denominador y las porciones correspondientes en los numeradores. En este caso son 23 y la incógnita.

$$\frac{23x985}{100} = \frac{22655}{100} = 226.55\%$$

Realiza la Actividad 1, te sugerimos revisar los siguientes vínculos para ahondar más en el tema y practicar sobre razones y porcentajes: https://www.geogebra.org/m/Yb8Ukf79 y http://www.cajondeciencias.com/Descargas%20mate1/ER%20porcentajes%202.pdf.

Variación Directa

Dos cantidades *x* y *y* varían directamente si al aumentar una la otra también lo hace en la misma proporción, o si al disminuir *x* también hay una disminución proporcional para y. La variación queda determinada por el factor constante k y se expresa: $y = k\,x$

Por ejemplo, la gráfica representa el costo que se debe cubrir por cierta cantidad de teléfonos celulares. Observa y contesta:

¿Cuánto se debe pagar por dos teléfonos?

____

¿Cuál es el costo total de seis teléfonos?

____

¿Varía el costo del teléfono si nada más se compra uno?

____

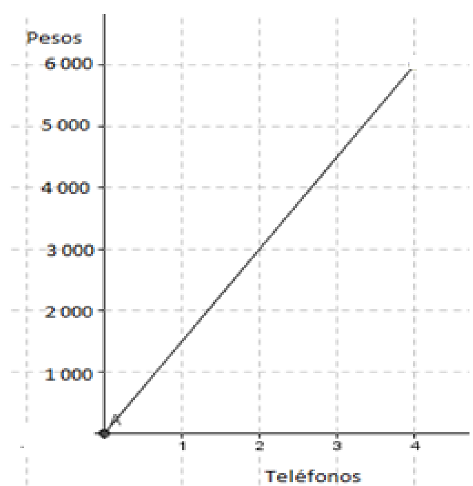


Imagen recuperada de Google

Variación inversa

Dos cantidades *x* y *y* varían inversamente si al aumentar una, la otra disminuye en la misma proporción; esto es, si al disminuir *x* hay un incremento proporcional para y.

La variación queda determinada por el factor constante *k* y se expresa: $y = \frac{k}{x}$

De la expresión anterior podrás darte cuenta de que, cuando *x* se multiplica por *y*, su producto es igual a la constante *k*; dicho de otra manera, si al multiplicar las dos cantidades que se están comparando se obtiene un producto que se repita en las demás parejas correspondientes, entonces es una variación inversamente proporcional. Observa el siguiente ejemplo:

Cuatro albañiles tardan en hacer una barda en tres días, ¿cuántos días se tardará en hacer la misma barda un solo albañil?

Albañiles x	Días y	Se multiplican **x·y** para encontrar la constante **k**
4	3	= 12 (constante **k**)
1	¿?	= 12 (constante **k**) Esto es, si 1 por la incógnita debe dar 12, entonces la incógnita vale 12.

Otra forma de resolverlo es:

x·y=12

si k=12 , x=1, se sustituye:

y= $\frac{12}{1}$ = 12

RESPUESTA

12 días tardará un albañil en hacer una barda de 8m.

Es momento de resolver la Actividad 2. Para ahondar más en el tema de proporciones revisa los siguientes vínculos: https://www.ecured.cu/Razones_y_proporciones y https://matemovil.com/razones-y-proporciones-ejercicios-resueltos/.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad 1

Observa las imágenes y realiza los cálculos necesarios para responder los tres problemas que se plantean posteriormente. No olvides explicar detalladamente tus respuestas. Esto será la evidencia 1.

Ana y Juan compraron los productos que se muestran a continuación. Observa el precio de lista y el descuento para cada uno:

$3982.89 menos el 21% de descuento

$938.67 menos el 11% de descuento

$735.50 menos el 16 % de descuento

$4285.89 menos el 22% de descuento

imágenes recuperadas de Google

Si al pagar en cajas aplicaron un descuento del 7% adicional a cada producto, ¿cuánto pagaron en total?

Si no se aplicara el descuento del 7% adicional al final a cada producto, ¿cuál es el porcentaje que debió fijarse desde un principio al reloj deportivo, para que costara la misma cantidad que pagó Ana y Juan?

Marcos pagó en otra tienda la misma cantidad que gastaron Ana y Juan por el teléfono celular, sólo que el celular de Marcos tenía un precio de lista de $4933.33, ¿qué porcentaje de descuento le aplicaron al teléfono de Marcos en la otra tienda?

Forma y tiempo: el trabajo debe ser elaborado de manera individual en un lapso de un día hábil. Esta actividad será la primera evidencia.

Productos: la explicación detallada del proceso de solución de los tres problemas. Evidencia 1.

Evaluación sumativa: rúbrica para la evidencia 1. Ver el apartado de ANEXOS.

Actividad 2
Esta actividad consta de dos problemas. Recuerda que es importante que de manera escrita detalles cómo obtuviste tus resultados.

Problema 1.- Un alimento tiene en su empaque la siguiente información nutricional. Observa la imagen y contesta las preguntas.

Información nutricional
Tamaño de la porción 1/4 de taza (113 g)
Porciones por envase 8

Cantidad por porción	
Calorías 100	Calorías de las grasas 20
	% de valor diario*
Grasa total 2g	**3**%
Grasas saturadas 1.5g	**7**%
Grasas *trans* 0g	
Colesterol 10mg	**3**%
Sodio 460mg	**19**%
Total de carbohidratos 4g	**1**%
Fibra 0g	**0**%
Azúcares 4g	
Proteína 16g	
Vitamina A 0% •	Vitamina C 0%
Calcio 8% •	Hierro 0%

*Los porcentajes de valores diarios se basan en una dieta de 2.000 calorías

a) ¿Cuántos gramos contiene en total el envase?

____

b) ¿Cuántas calorías se consumirían si se ingiere todo el contenido del envase?

____

c) Si únicamente se consume la mitad del alimento, ¿a cuántas tazas equivale? Explica tu respuesta.

d) ¿Cuántos gramos de azúcar están contenidos en dos envases de este alimento?

Problema 2.- En las siguientes tablas de valores encierra las que representen una variación inversa entre las variables. Escribe el valor de la constante ***k*** y posteriormente explica cómo fue que lo determinaste.

x	y
78	101.4
39	202.8
18	439.4
9	878.8

x	y
3	45
6	90
9	135
12	180

x	y
120	14
60	28
35	48
10	168

Forma y tiempo: el trabajo será elaborado de manera individual en un lapso de dos días hábiles. Esta actividad corresponde a la segunda evidencia.

Productos: la explicación detallada del proceso de solución de los ítems que componen cada problema. Evidencia 2.

Evaluación: lista de cotejo para la evidencia 2. Ver el apartado de ANEXOS.

Sugerencias de estudio

Para tener una mayor facilidad en el aprendizaje de razones, porcentajes y proporciones, te sugerimos estudiar en cuanto a contenidos teóricos:

- Del tema de fracciones: equivalencia, simplificación, multiplicación y división.
- Operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división.
- Interpretación de gráficas.
- Revisar con mayor detenimiento los vínculos para ahondar más en el estudio de los temas que se abordaron en esta guía.

En relación con los hábitos de estudio, te sugerimos leer atentamente las instrucciones y los datos en los problemas, tener tus actividades en un solo cuaderno, carpeta o portafolio de evidencias y dedicarle un tiempo exclusivo al desarrollo del trabajo de la asignatura. Recuerda que las matemáticas son un área de conocimiento que requiere dedicación y práctica en los cálculos.

Asimismo, es muy recomendable que, para desarrollar el aprendizaje esperado planteado en esta guía, realices tus cálculos con lápiz y papel, ya que con ello promueves el cálculo mental y prosigues con el desarrollo de estrategias algorítmicas.

Evaluación

Autoevaluación

A continuación, realizarás una autoevaluación de tu desempeño:

Autoevaluación			
Nombre:			
Grupo:	Fecha:	Parcial:	
Instrucciones Lee cada enunciado y valora con la escala que se muestra, tu desempeño en los temas que estudiaste en esta guía. Posteriormente, realiza la suma y escríbela en la casilla de TOTAL.			
Nunca lo hice=0;	**Casi siempre =1.5;**	**Siempre=2.5**	
1) Realicé las dos actividades y produje las evidencias correspondientes en tiempo y forma:			
2) Indagué más sobre los contenidos tratados en esta guía: en libros, revisando las sugerencias electrónicas que se me proporcionaron en el apartado de Desarrollo o preguntándole a otras personas, etc.			
3) Resolví sin dificultad la actividad 1 referente a razones y proporciones.			
4) Resolví sin dificultad la actividad 2 referente a variación directa e inversa.			
		TOTAL	

La evaluación final se obtendrá promediando las calificaciones obtenidas en las dos evidencias elaboradas y en la autoevaluación:

Evaluación final = $\frac{Ev\ 1+Ev2+Autoevaluación}{3}$

Anexos

Instrumentos de evaluación

Rúbrica de la Evidencia 1

Marca la opción que describa tu desempeño. Al final realiza la suma correspondiente.

Rúbrica- Evidencia 1				
Indicadores	**1**	**2**	**3**	**Observaciones**
1.-Puntualidad en la entrega del trabajo con procedimientos detallados de cómo se llegó a la solución del problema.	La entrega es extemporánea **y** no es elaborada en la forma estipulada (1 punto).	La entrega es extemporánea **o** no es elaborada en la forma estipulada (1.5 puntos).	La entrega es puntual y en la forma estipulada (2.5 puntos).	
2.-Solución del problema 1.	Obtiene de manera errónea el total de la compra incluidos los dos descuentos y no hace su argumentación (1 punto).	Obtiene de manera correcta el total de la compra incluidos los dos descuentos, pero no lo explica detalladamente (1.5 puntos)	Explica correctamente cómo obtuvo el total de la compra incluidos los dos descuentos (2.5 puntos).	
3.- Solución del problema 2.	Obtiene de manera errónea el porcentaje equivalente aplicado al reloj y no hace su argumentación (1 punto).	Obtiene de manera correcta el porcentaje equivalente aplicado al reloj, pero no lo explica detalladamente (1.5 punto).	Explica correctamente cómo obtuvo el porcentaje equivalente aplicado al reloj (2.5 puntos).	
4.- Solución del problema 3.	Obtiene de manera errónea el porcentaje equivalente aplicado al teléfono y no hace su argumentación (1 punto).	Obtiene de manera correcta el porcentaje equivalente aplicado al teléfono, pero no lo explica detalladamente (1.5 punto).	Explica correctamente cómo obtuvo el porcentaje equivalente aplicado al teléfono celular (2.5 puntos).	
SUMA DE LA EVIDENCIA 1=				

Lista de cotejo para la Evidencia 2.

Lista de cotejo-Evidencia 2				
Indicadores	**Cumple**	**No cumple**	**Puntos**	**Observaciones**
Entrega				
1.-Entrega en tiempo y forma (2 puntos).				
Estructura				
2.- Se muestra limpieza y orden en el trabajo (2 puntos).				
Contenido				
3.- Escribe correctamente las respuestas numéricas a las cuatro preguntas del Problema de Información nutricional (2 puntos).				
4.-Explica los procesos para determinar la solución correcta en cada una de las cuatro preguntas del Problema de Información nutricional (2 puntos).				
5.- Señala correctamente las tablas que corresponden a una variación indirecta y explica el proceso que siguió para lograrlo (2 puntos).				

Páginas web sugeridas para consulta

1. Razones y porcentajes.
   https://www.geogebra.org/m/Yb8Ukf79
   http://www.cajondeciencias.com/Descargas%20mate1/ER%20porcentajes%202.pdf
2. Proporciones.
   https://www.ecured.cu/Razones_y_proporciones
   https://matemovil.com/razones-y-proporciones-ejercicios-resueltos/

Material de estudio

Guía - Razones y proporciones-Educación Matemática

Guía-Razones-y-proporciones.pdf

Bibliografía

1. Huircan C. (2019). *Guía de Aprendizaje N°2, Razones y Proporciones*. Santiago de Chile: Ministerio de educación.
2. -Peterson J. (1996). *Teoría de la Aritmética*. México: Limusa.

BLOQUE III. Sucesiones y series.

Introducción

Aprendizaje esperado:

1. Explica regularidades de sucesiones, siendo perseverante en la búsqueda de patrones que se encuentran en su entorno.

2. Resuelve colaborativamente e interpreta problemas reales o hipotéticos que presentan relación con sucesiones y series para modelar distintos fenómenos de su localidad.

Desde los orígenes de la humanidad, los patrones observables en la naturaleza han llamado la atención y se han convertido en un desafío intelectual fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático. Esos patrones en la naturaleza se presentan de distintas formas: por ejemplo, la dualidad día/noche, la creciente de los ríos en épocas de lluvia, las mareas y su relación con la luna, los colores recurrentes en los paisajes, los patrones visuales en las plumas de las aves, la estructura de los panales, la simetría de las cosas, los patrones fantásticos en plantas como el girasol. ¿Qué patrones distintos a los mencionados aquí has reconocido en tu entorno inmediato? ¿Será posible que esos patrones tengan que ver con las matemáticas?

En este bloque analizaremos esos patrones a través de modelos matemáticos que intentan describirlos de manera abstracta. Te darás cuenta de que existe una maravillosa relación entre el número y la forma y, por si fuera poco, podrás escribir estos patrones a través de representaciones algebraicas muy interesantes.

Desarrollo

Las actividades que te proponemos te permitirán explorar el concepto de sucesión a través de múltiples ejemplos de tu entorno cotidiano. Con ello, daremos un paso importante en el desarrollo de técnicas que permitan modelar matemáticamente muchos de esos patrones recurrentes en la naturaleza.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad 1: Introducción

Puntuación máxima por obtener. 5
Tiempo: 1 día

1. Lee con atención la introducción de este documento. ¿Qué piensas de lo que dice? ¿Qué crees que serás capaz de hacer después del curso?
   Sintetiza tu reflexión en un párrafo. Escríbelo y guarda tu reflexión en el portafolio de evidencias para que sea evaluado por tu profesor. Esta será tu evidencia 1.

2. Analiza con atención las figuras 1, 2 y 3 del anexo 1. Contesta las siguientes preguntas:
   - ¿A qué objeto, animal o fruta pertenece la imagen?
   - ¿Qué patrón se reconoce?
   - ¿Podrías representar ese patrón con un dibujo a lápiz?

3. Analiza con atención las figuras 4, 5 y 6 del anexo 1. Contesta las siguientes preguntas:
   - ¿A qué objeto, animal o fruta pertenece la imagen?
   - ¿Qué patrón se reconoce?
   - ¿Podrías representar ese patrón con un dibujo a lápiz?

4. En una hoja por separado, dibuja los patrones encontrados en la actividad 3 y 4. Anota tu nombre en tu trabajo y anéxalo a tu portafolio. Esta será la evidencia 2.

Actividad 2: Reconocimiento de patrones

Sin puntuación máxima por obtener.
Tiempo: 1día

5. Actividad opcional. Analiza el contenido del siguiente video (pulsa sobre el vínculo o escanea el código QR):

https://www.youtube.com/watch?v=ZF3CgNpkSTQ&t=167s

6. En una hoja describe con detalle patrones que reconociste en el video y que se relacionan con los siguientes ámbitos:
   a) En tu vida cotidiana no escolar
   b) En tus clases de matemáticas
   c) En otros ámbitos

7. Ilustra tu descripción y agrega tu producto al portafolios. Será tu evidencia 3.

Actividad 3: La sucesión de Fibonacci

Sin puntuación máxima por obtener.
Tiempo: 2 días

Una de las secuencias más famosas es la llamada Secuencia de Fibonacci, en honor al matemático Italiano Leonardo de Pisa. Esta sucesión se presenta como un problema de cría de conejos: Una pareja de conejos madura en un mes y tienen una pareja de crías cada mes. Si empezamos con una pareja, la cantidad de nuevas parejas por mes se describe en la siguiente ilustración:

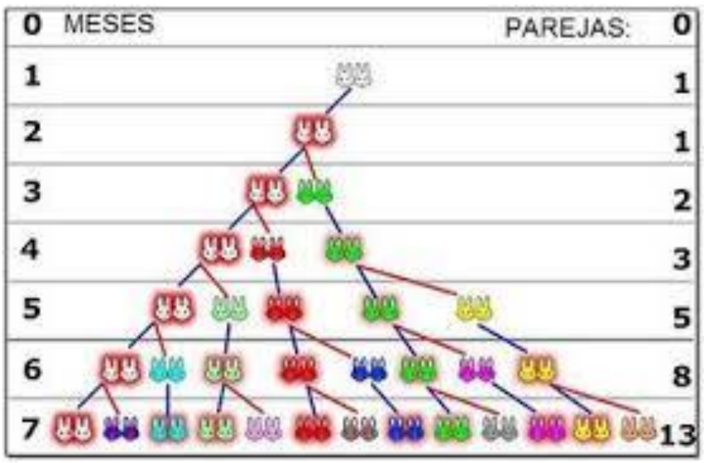


Imagen recuperada de Google

8. Con base en esta sucesión, contesta:
   - ¿Cuántas parejas de conejos habrá en el mes 8?
   - ¿Y en el 9?
   - ¿Y un año después de adoptar la primera cría?
   - ¿Cómo se obtiene un número de Fibonacci?

9. Actividad opcional. Analiza el contenido del siguiente video (pulsa sobre el vínculo o escanea el código QR):

https://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA&t=80s

10. Transforma el contenido del video a un cartel. Agrega al cartel las respuestas a las preguntas de la sección 8 y explica regularidades de sucesiones que se muestran en el video y que se encuentran en tu entorno.

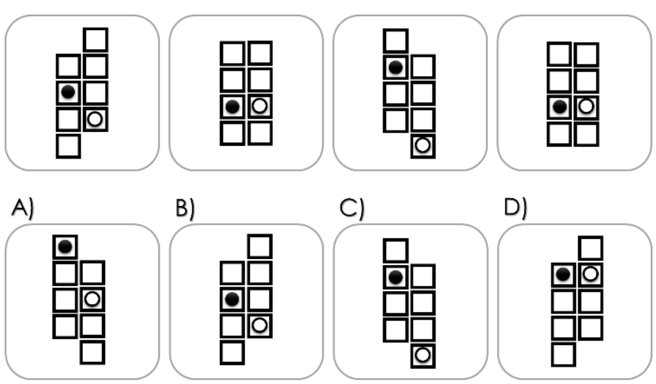
11. Usa la siguiente RÚBRICA con la que se valorará tu producto. En el anexo 2 podrás revisar la rúbrica si no puedes descargarla. El cartel será tu evidencia 4.

Actividad 4: Regularidades en secuencias

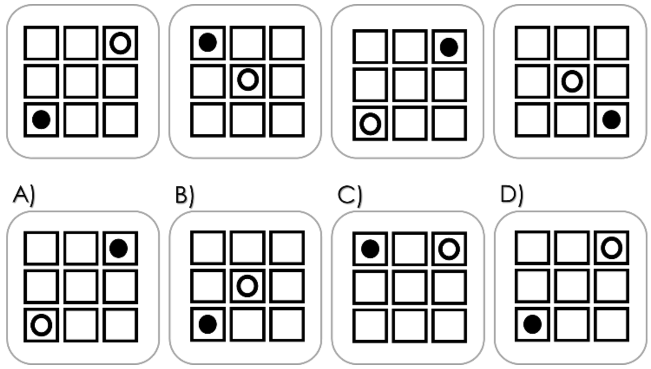
Puntuación máxima por obtener. 4
Tiempo: 1 día

12. En cada una de las 4 secuencias, elige el inciso que contiene la figura que sigue el patrón.

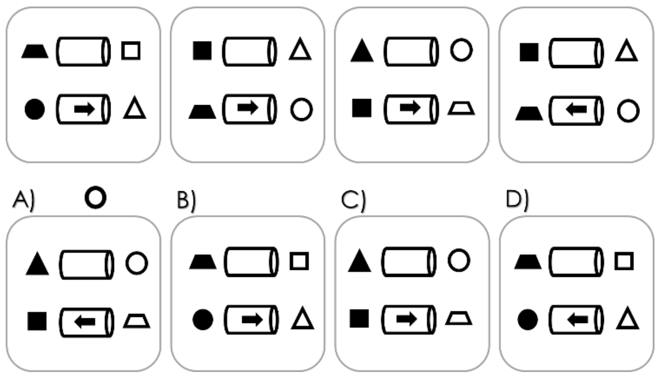
Secuencia 1



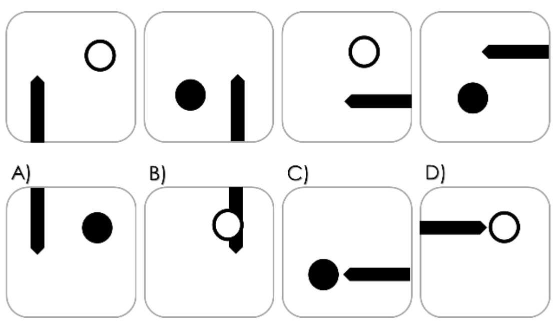
Secuencia 2



Secuencia 3



Secuencia 4



13. En un documento de texto, argumenta tu respuesta en cada una de las 4 secuencias. Este será la <u>evidencia 5</u>.

Actividad 5: Regularidades en secuencias

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 días

14. Analiza las siguientes sucesiones:

Sucesión A

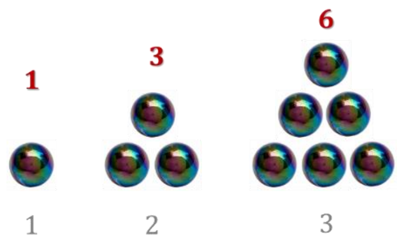


Imagen recuperada de Google

En la figura 1 hay 1 canica, en la figura 2 hay 3; en la figura 3 hay 6 canicas. Si seguimos este patrón de construcción, ¿Cuántas canicas habrá en la figura 4? ¿Y en la 5?

Sucesión B

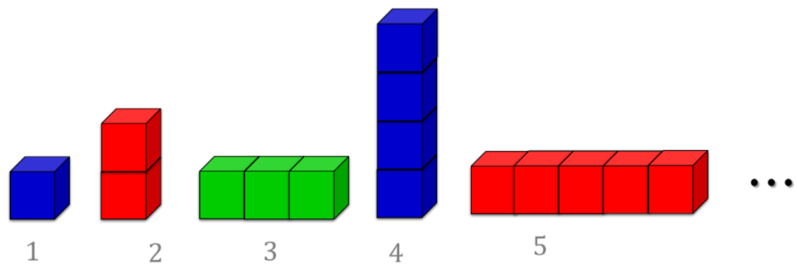


Imagen recuperada de Google

Suponiendo que cada cubo tiene 1 cm de lado, ¿cuál será el volumen de cada una de las estructuras? ¿Cuántos cubos conformarán la estructura 6? ¿Y a 10? ¿De qué color será la estructura 20? ¿La estructura 90 será horizontal o vertical?

Sucesión C

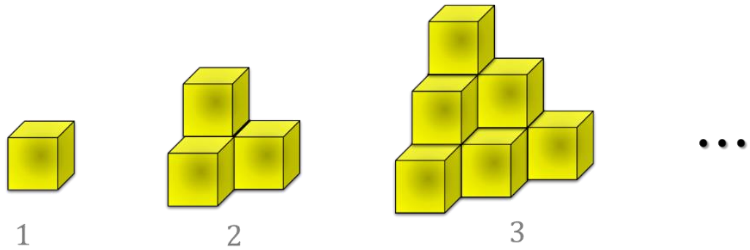


Imagen recuperada de Google

A partir de esta secuencia, completa la tabla de datos:

Figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Cubos	1	4	10					

15. En un audio explica las regularidades en cada una de las sucesiones. La claridad en tu explicación, así como la coherencia en tus argumentos, tendrá un valor de 3 puntos por sucesión. Guarda el audio en tu portafolio; éste representará tu evidencia 6.

Actividad 6: Sucesiones

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 días

16. Analiza la siguiente información. Una sucesión es un conjunto de números ordenados, Si la sucesión tiene una cantidad determinada de términos le llamaremos sucesión finita y si no, la llamaremos sucesión infinita.

La manera común de representar una sucesión es:

$$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$$

Donde a_1 es el primer término, $a_{,2}$ es el segundo término, etcétera, hasta llegar al término a_{n-2} que el antepenúltimo término, a_{n-1} que es el penúltimo y a_n el último. Por ejemplo, en la sucesión

$2, 5, 8, 11, 14$ es una sucesión finita de 5 términos, donde 2 es el primer término, 5 el segundo término, etcétera. 11 es el penúltimo término y 14 el último término.

$2, 5, 8, 11, 14, \cdots$ es una sucesión infinita donde 2 es el primer término, 5 el segundo término, etcétera; pero no existe el último término.

Una sucesión tiene una expresión general que permite determinar cualquier término que la conforma. En el ejemplo de la sucesión $2, 5, 8, 11, 14, \cdots$ el término general es $3n + 1$

Si queremos determinar el cuarto término, escribimos:

$$a_n = 3n - 1$$

Donde sustituimos n por el término que queremos conocer: 4

$$a_4 = 3(4) - 1$$

Entonces

$$a_4 = 11$$

17. Resuelve los siguientes ejercicios.

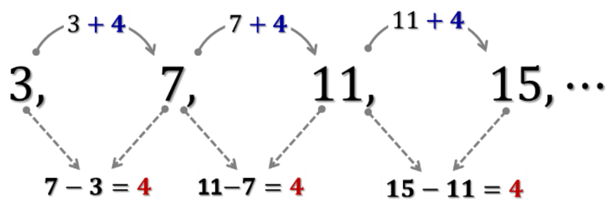
a) A partir de la expresión general de cada sucesión, determina los primeros 5 términos:

- $a_n = 3n - 1$
- $a_n = 2n + 4$
- $a_n = n^2$
- $a_n = n(n+1)$
- $a_n = 5n - 10$

b) Analiza las sucesiones y, aunque no dispongas de la expresión general, determina los siguientes tres términos:

- $1, 2, 3, 4, 5, \cdots$
- $4, 7, 12, 19, \cdots$
- $5, 10, 15, 20, \cdots$
- $0, 3, 15, 24, 35, 48, 63, \cdots$
- $\frac{1}{2} . \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \cdots$

Una secuencia de números se llama sucesión aritmética, si cada término es igual al anterior más un número constante. Por ejemplo, la sucesión $3, 7, 11, 15, \cdots$ es una sucesión aritmética porque si a cada término le sumamos 4, se obtiene el siguiente término:



Otra manera de determinar que es una sucesión aritmética consiste en identificar la diferencia entre cada pareja consecutiva de términos. Si la diferencia siempre es la misma entonces se trata de una secuencia aritmética. A esta diferencia la representaremos con la letra d.

Para determinar cualquier término de una sucesión aritmética, empleamos la siguiente expresión:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

En la sucesión $4, 7, 12, 19, \cdots$ la diferencia es 3 y el primer término de la sucesión es 4, entonces $\boldsymbol{d = 3}$ además $\boldsymbol{a_1 = 4}$ por lo tanto:

$$a_n = \boldsymbol{a_1} + (n-1)\boldsymbol{d}$$

$$a_n = \mathbf{4} + (n-1)\mathbf{3}$$

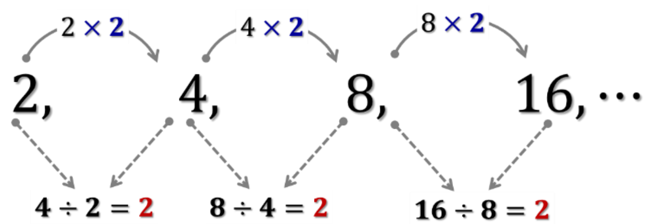
$$a_n = 4 + 3n - 3$$

$$a_n = 3n + 1$$

Lo que significa que la expresión general de la sucesión $4, 7, 12, 19, \cdots$, es $a_n = 3n + 1$

18. Determina la expresión general de las siguientes sucesiones:
    - $3, 6, 9, 12, \cdots$
    - $8, 13, 18, 23\ \cdots$
    - $-3, 3, 9, \cdots$
    - $1, 8, 15, \cdots$
    - $100, 109, 118, \cdots$
    - $-9, 1, 11, \cdots$

Por otra parte, una secuencia de números se llama sucesión geométrica, si cada término es igual al anterior multiplicado por una constante. Por ejemplo, la sucesión $2, 4, 8, 16, 32, \cdots$ es una sucesión geométrica porque si a cada término se multiplica por 2, se obtiene el siguiente término de la sucesión.



19. Determina los siguientes 3 términos de las siguientes sucesiones geométricas:
    - $1, 3, 9, \cdots$
    - $5,10, 20, \cdots$
    - $-2, -6, -18, \cdots$
    - $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \cdots$
    - $1, 4, 16, \cdots$

20. Realiza un mapa mental con la información de esta sección. Solo recupera los conceptos y definiciones abordadas. Esta será la evidencia 7.

21. Resuelve en hojas blancas todos los ejercicios de esta sección. Guárdalo en tu portafolio con el nombre de evidencia 8.

Actividad 7: Series

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 días

22. Analiza la siguiente información:

Una serie es la suma de todos los términos de una sucesión, por ello se representa con la letra S. Por ejemplo, si tenemos la sucesión finita $4, 7, 12, 19$; entonces la serie será

$$S = 4 + 7 + 12 + 19$$

$$S = 42$$

Hemos sumado los 4 términos de la sucesión.

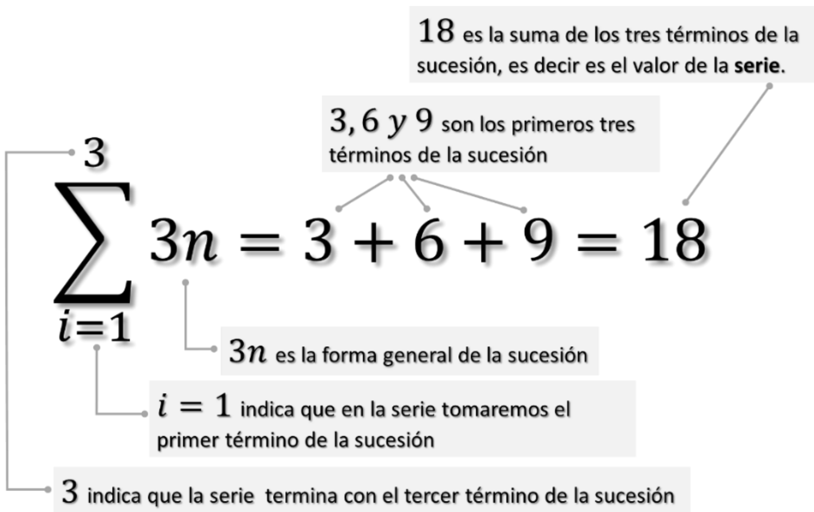
Si tenemos la sucesión infinita $3, 6, 9, 12, \cdots$ podemos encontrar la serie a partir de un número determinado de términos de la sucesión; en ese caso, tendremos una serie finita; sin embargo, también es posible encontrar en muchos casos la suma de una infinita cantidad de términos. A este proceso le llamaremos *serie infinita*.

De manera concreta, si de la sucesión $3, 6, 9, 12, \cdots$, cuya expresión general es 3n, tomamos los tres primeros términos y los sumamos, obtenemos una serie. Es decir:

$$S = 3 + 6 + 9$$

$$S = 18$$

Este proceso lo podemos escribir de una manera particularmente interesante usando el símbolo $\sum$, cuyo nombre es sigma y representa suma. Observa:



Compara la expresión anterior con las siguientes:

$$\sum_{1=1}^{4} 3n = 3 + 6 + 9 + 12 = \mathbf{30}$$

$$\sum_{1=2}^{3} 3n = 6 + 9 = \mathbf{15}$$

$$\sum_{1=4}^{5} 3n = 12 + 15 = \mathbf{27}$$

23. A partir del ejemplo anterior, determina las siguientes series:
    a) Sucesión $1, 2, 3, 4, 5, \cdots$ expresión general $a_n = n$

$$\sum_{i=1}^{4} n =$$

$$\sum_{i=2}^{5} n =$$

$$\sum_{i=6}^{9} n =$$

    b) Sucesión $4, 6, 8, 10, \cdots$ expresión general $a_n = 2n + 2$

$$\sum_{i=1}^{4} 2n + 2 =$$

$$\sum_{i=2}^{3} 2n + 2 =$$

$$\sum_{i=3}^{6} 2n + 2 =$$

    c) Sucesión $1, 4, 9, 16, 25, \cdots$ expresión general $a_n = n^2$

$$\sum_{i=1}^{4} n^2 =$$

$$\sum_{i=3}^{6} n^2 =$$

$$\sum_{i=1}^{1} n^2 =$$

24. En hojas blancas resuelve los ejercicios planteados en la actividad anterior. Esta será la evidencia 9.

Actividad 8: Series y sucesiones para predecir… el futuro

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 días

25. Analiza la siguiente situación: Imagina que necesitas un préstamo por $10 000.00 y tienes dos opciones: El banco A te autoriza el préstamo por un año, con una tasa de interés compuesto de 10% mensual. El banco B te ofrece un pago fijo de 1000 pesos mensuales por un año, más el préstamo inicial. Como requieres de manera urgente el préstamo, ¿por cuál de los dos bancos te decidirías?

    Pagar un préstamo en un periodo de un año, es comprometer el futuro, por ello no se debe tomar una decisión sin analizar las implicaciones reales del costo final. Se requiere pues, predecir el futuro (no adivinar, eso es otra cosa totalmente distinta).
    El banco A te exige un interés compuesto mensual. Eso significa que cada mes deberás pagar de puro interés el 10% de la deuda acumulada. Es decir, si la deuda inicial es de 10 000.00 en el primer mes tu deuda será $10 000.00 más el interés de 10%, o sea, $ 11 000, pues el 10% de 10 000 es 1000. En el segundo tu deuda es de $11 000.00 mas el 10% de interés, pero ahora sobre la deuda total, es decir, 10% de $11 000.00 que es $1 100.00. En el segundo mes tu deuda es de $11 000.00 + $ 1 100.00, es decir: $12 100.00. Y así sucesivamente.

    En cambio, en el banco B, El primer mes tu deuda será de $10 000.00 + $1 000.00 es decir; $11 000.00; en este primer mes no hay diferencia con el banco A. En el segundo mes, tu deuda será $ 11 000.00 +$ 1 000.00, es decir $ 12 000.00, y aquí empieza a haber diferencia con respecto al otro banco.

    Un poco de análisis te hará ver que el banco A usa una secuencia de tipo geométrico y el banco B una secuencia de tipo aritmético. En términos matemáticos, el banco A usa la siguiente fórmula:

    $$C_f = C_i\,(1 + r)^n$$

    Donde :
    C_i es el capital inicial (el préstamo inicial).
    C_f es el capital final (el total de tu deuda).
    r es la tasa de interés mensual; en este caso es 10% que se expresa como 0.1.
    n es el número de meses que durará el préstamo.
    Entonces, la fórmula simplificada para obtener la deuda en cada mes es:

    $$C_n = 10\,000\,(1.1)^n$$

    La secuencia de tu deuda será: 11000, 12100, 13310, 14641, 16105.10, …
    Observa que cada término es el anterior multiplicado por 1.1

    Por otra parte, la deuda con el banco B, se expresa en la siguiente secuencia:
    11000, 12000, 13000, 14000, …

    Observa que la diferencia entre cada pareja de términos es 1000.

Ahora bien, existe diferencia en la deuda de acuerdo con el tipo de secuencia con que se construye el cobro de interés. Este comportamiento lo puedes ver en la siguiente tabla, suponiendo que el préstamo lo pides a inicio del año y debes pagar cada fin de mes:

BANCO A			BANCO B		
		SALDO			SALDO
Enero	10000,00	**11000**	Enero	10000,00	**11000,00**
Febrero	11000,00	**12100**	Febrero	11000,00	**12000,00**
Marzo	12100,00	**13310**	Marzo	12000,00	**13000,00**
Abril	13310,00	**14641**	Abril	13000,00	**14000,00**
Mayo	14641,00	**16105,1**	Mayo	14000,00	**15000,00**
Junio	16105,10	**17715,61**	Junio	15000,00	**16000,00**
Julio	17715,61	**19487,171**	Julio	16000,00	**17000,00**
Agosto	19487,17	**21435,8881**	Agosto	17000,00	**18000,00**
Septiembre	21435,89	**23579,47691**	Septiembre	18000,00	**19000,00**
Octubre	23579,48	**25937,4246**	Octubre	19000,00	**20000,00**
Noviembre	25937,42	**28531,16706**	Noviembre	20000,00	**21000,00**
Diciembre	28531,17	**31384,28377**	Diciembre	21000,00	**22000,00**

Ahora sí. Toma la decisión que creas más conveniente.

26. En una hoja de tu cuaderno, modela el crecimiento en la deuda de una persona al que se le autorizó un préstamo de $20000.00. Analízalo desde las condiciones de los dos bancos. Argumenta matemáticamente la posible deuda de esta persona 12 meses después. Guarda este producto en tu portafolio. Será tu evidencia 10.

Sugerencias de estudio

Observa que cada actividad tiene diferente estrategia de aprendizaje. Te sugerimos que realices cada una de ellas con verdadero empeño y honestidad. El propósito es que desarrolles una autonomía real para el estudio y el aprendizaje. Una estrategia de estudio llamada L^2SER^2 (Lectura/Lectura/Subrayar/Esquematizar/Recitar/Repasar) consiste en lo siguiente:

Lectura rápida del tema. Capta el contenido general de la lectura:

- Título del tema.
- Subtema.
- Apartados.

Plantea preguntas

- ¿Qué sé del tema?
- ¿Qué no sé del tema?
- ¿Qué me pueden preguntar del tema?

Lectura atenta y comprensión. Lee con detenimiento para responder las preguntas anteriores. En este momento ya tienes una idea general del contenido del tema. Ahora trata de:

- Detectar las ideas principales.
- Descubrir su encadenamiento lógico
- Comprender su relación.

Subrayar. Detecta ideas principales

- Subraya solo lo más importante. Se trata de subrayar palabras, frases y datos que contiene lo fundamental.
- Anota en el margen la palabra clave.

Esquematizar. Sintetiza y organiza la información.
Se trata de hacer una síntesis de lo subrayado en forma de ideas (palabras-clave, expresiones) y frases cortas; ello facilitará el estudio y el repaso para los exámenes.

Recitar. Mentalmente repasa el contenido. En voz alta repite el esquema remarcando ideas importantes. Recita cada apartado de la siguiente forma:

- Mentalmente.
- Sin libro ni apuntes.
- Recita el contenido de cada pregunta.

Repasar. Repite el tema o el esquema de memoria y en voz alta.
Repasa todo el tema:

- Primero, dando un vistazo rápido a tu esquema
- Luego, sin mirar los esquemas y en voz alta si es posible.
- Repasa las preguntas en orden distinto al estudiado, alternándolas y estableciendo las conexiones y relaciones que tienen entre sí.

Evaluación

Evidencia 1: Producción escrita sobre las expectativas del curso. Sin puntaje.
Evidencia 2: Análisis de patrones en la naturaleza y en objetos culturales e históricos.
Evidencia 3: Descripción de patrones en el contexto del estudiante. (Opcional).
Evidencia 4: Cartel (Opcional).
Evidencia 5: Argumento matemático en secuencias de figuras.
Evidencia 6: Podcast (Opcional).
Evidencia 7: Mapa mental.
Evidencia 8: Ejercicios.
Evidencia 9: Ejercicios.
Evidencia 10: Problema de aplicación.

La ponderación de las evidencias es:

Evidencia1: Sin valor para evaluación sumativa
Evidencia 2: 5 puntos
Evidencia 3: Puntos adicionales que el docente determinará
Evidencia 4: Puntos adicionales que el docente determinará
Evidencia 5: 8 puntos
Evidencia 6: Puntos adicionales que el docente determinará
Evidencia 7: 5 puntos
Evidencia 8: 5 puntos
Evidencia 9: 10 puntos
Evidencia 10: 10 puntos

Puntaje máximo: 43 (será equivalente al 100% de le evaluación sumativa de este bloque). A esta cantidad se le agregará la valoración establecida por el docente en las actividades opcionales.

Anexos

Anexo 1

Figura 1

Imagen recuperada de Google

Figura 2

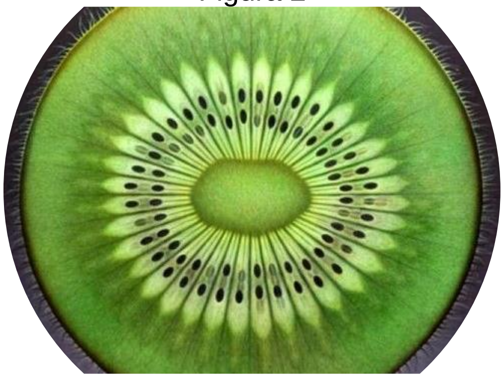


Imagen recuperada de Google

Figura 3

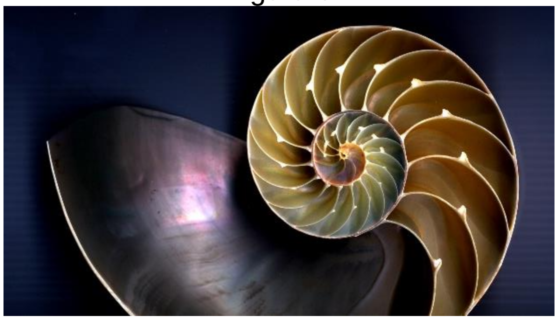


Imagen recuperada de Google

Figura 4

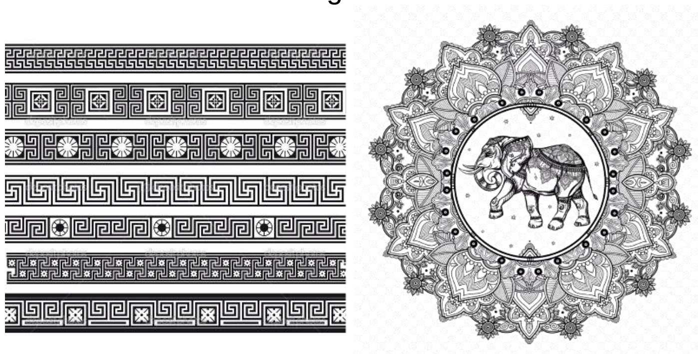


Imagen recuperada de Google

Figura 5

Imagen recuperada de Google

Figura 6

Imagen recuperada de Google

Anexo 2

Rubrica para la evaluación de un cartel.

Rasgo		Adecuado		Bueno		Suficiente		Insuficiente
CONCEPTOS E IDEAS CENTRALES	3	Uso adecuado de palabras clave. El texto y las imágenes muestran con claridad sus asociaciones.	2	La estructura permite destacar algunos conceptos; sin embargo, no se asocian adecuadamente palabras e imágenes.	1	El texto y las imágenes escasamente permiten apreciar los conceptos y sus asociaciones.	0	No hay asociación entre palabras y texto.
COMPOSICIÓN: IMÁGENES, COLOR Y TEXTO	4	Las imágenes se usan como estímulo visual. Son pertinentes y necesarias. El uso del color contribuye a asociar y poner énfasis en los conceptos Hay equilibrio entre imágenes, color y texto.	3	Las imágenes son un estímulo visual, pero algunas no son pertinentes o necesarias. El uso del color contribuye a enfatizar solo algunos conceptos o ideas centrales.	1	Hay estímulo visual pero la mayoría de las imágenes no son pertinentes ni necesarias. El uso del color es limitado.	0	Las imágenes no son pertinentes y la mayoría innecesarias. No hay uso del color.
SINTAXIS Y GRAMÁTICA	3	El producto muestra excelente sintaxis y gramática.	2	Hay tres o menos errores gramaticales. Tiene buena sintaxis.	1	Se aprecian 4 errores gramaticales o la sintaxis es inconsistente.	0	Hay 5 o más errores gramaticales y la sintaxis no es adecuada.

Anexo 3

Fuentes de consulta

1. Video Infinite patterns
https://www.youtube.com/watch?v=ZF3CgNpkSTQ&t=167s
2. Video Nature by numbers
https://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA&t=80s
3. Imagen de la sucesión de Fibonacci
https://images.app.goo.gl/AeVDmxvqMFvePuGr7
4. Rúbrica para la evaluación de un cartel
https://74925997-a467-4dbd-922b-f1856eda5b3e.filesusr.com/ugd/d920c8_77a278773ab74480b7bb893358b3e4ea.pdf
5. Sucesiones, series y patrones: nos ayudan a interpretar el mundo
https://impulsomatematico.com/2018/06/06/sucesiones-series-y-patrones-nos-ayudan-a-interpretar-al-mundo/
6. Extracto de libro de texto sobre series y sucesiones
https://books.google.com.mx/books?id=zzZCDwAAQBAJ&pg=PA52&lpg=PA52&dq=Explica+regularidades+de+sucesiones,+siendo+perseverante+en+la+b%C3%BAsqueda+de+patrones+que+se+encuentran+en+su+entorno.&source=bl&ots=rJuSz0fsJL&sig=ACfU3U19fvkckXGTBYrt3cQCLkTOmxZeHA&hl=es-419&sa=X&ved=2ahUKEwjqguPBpfjrAhUGca0KHZz5CUcQ6AEwCXoECAEQAQ#v=onepage&q&f=false
7. Libro de texto Matemáticas I
https://74925997-a467-4dbd-922b-f1856eda5b3e.filesusr.com/ugd/d920c8_008338c7796b4d4a8abd6922042c41d1.pdf
8. Actividades interactivas
https://phet.colorado.edu/es/simulations/filter?sort=alpha&view=grid

BLOQUE IV. Modelos de probabilidad y estadística.

Introducción

Aprendizaje Esperado. Utiliza medidas de tendencia central y de dispersión para interpretar de forma crítica y consciente un fenómeno social o natural.

A lo largo de la historia, el hombre ha tratado de comprender los fenómenos que ocurren a su alrededor. Las explicaciones sobrenaturales cada vez fueron relegadas por los argumentos científicos y en ello la matemática ha tenido un papel central.

Hubo una época, por ejemplo, en que no se entendía por qué le gente enfermaba más en algunos lugares que en otros; hasta que algunas personas tuvieron la maravillosa idea de hacer un registro de los casos que se presentaban en cada localidad. Así nació la estadística. Con el uso de estos instrumentos fue posible entender el comportamiento de ciertos conjuntos de datos, hasta llegar a predecir el posible escenario que tendrían los contagios en una población determinada.

Seguramente viene a tu mente la situación actual de la pandemia. En efecto, la comunidad científica ha tratado de contener el número de contagios y se apoyan en la información predictiva del análisis estadístico.

En este bloque exploraremos el significado de las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión de los datos que se obtienen de distintos fenómenos sociales y naturales. Te darás cuenta de la enorme importancia de la estadística para entender el mundo moderno.

Desarrollo

En este bloque analizaremos situaciones concretas que permitirán reconocer valores exactos donde giran los datos obtenidos de la observación de un fenómeno. Estos valores se llaman medidas de tendencia central y son un indicador de cómo se comportan los datos de un fenómeno. Sin embargo, la complejidad de la vida moderna demanda observaciones más profundas y es ahí donde las medidas de tendencia central se combinan con otras estrategias para generar lo que denominaremos medidas de dispersión. En síntesis, una medida de tendencia nos dice hacia dónde se dirigen los datos de un fenómeno y la dispersión establece que tan cercanos orbitan los datos con respecto a ese punto central.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad 1: Medidas de tendencia central

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

1. Lee con atención el siguiente planteamiento y contesta las preguntas que se plantean.

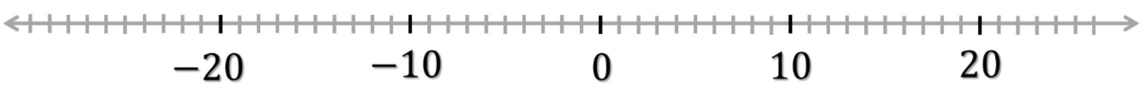
Una reunión fue programada para iniciar en punto de las 7:00 del día. La llegada de los participantes se registró de la siguiente manera:

Cuando un participante llega antes de la hora de inicio, se marcará el número de minutos que llegó con anticipación con un signo negativo: Por ejemplo, “-4” significa que la persona llegó 4 minutos antes de las 07:00, es decir a las 6:56

Las horas de llegada de los 9 asistentes fueron:

-5, -15, 12, -25, -18, 4, 3, -2, -15

a) Ubica los valores en la siguiente recta numérica:



b) Localiza:
   - El dato que más se repite:
   - El valor que se obtiene al sumar todos los valores y dividirlo entre 9:
   - El dato que quedó en el centro de todos los valores:

El dato que más se repite le llamaremos la moda y lo representaremos como Mo. En este ejemplo $Mo =$ ____; ¿Qué significado tiene este valor de acuerdo con el contexto de la situación?

Al sumar todos los datos y dividirlo entre 9 (que es el total de datos obtenidos), el resultado se llama media aritmética o promedio y se representa como $\bar{x}$

En este ejemplo, $\bar{x} =$ ______; ¿Qué significado tiene este valor de acuerdo con el contexto?

El promedio se puede expresar de manera formal a través de la siguiente fórmula:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$$

Que significa sumar todos los valores de los datos obtenidos (El símbolo Σ significa suma) y después dividir la suma entre el número total de datos.

Ahora bien, al ordenar la información, uno de los nueve datos quedó en medio de todos. Es decir, la mitad de los datos son menores o iguales que él y justo la otra mitad es mayor que dicho valor. Este dato se llama mediana y se representa como Me.

En este ejemplo, $Me =$ ______; ¿Qué significado tiene este valor de acuerdo con el contexto?

Estas tres medidas Mo, $\bar{x}$ y Me se llaman medidas de tendencia central de un conjunto de datos y permiten interpretar el comportamiento de un fenómeno social o natural.

2. Analiza la siguiente situación:

Un entrenador seleccionará a uno de dos atletas de su equipo para una competencia local. La decisión tiene que basarla con respecto a los registros de los dos corredores en 5 competiciones previas:

Atleta	Tiempo (segundos) realizados en las carreras previas				
	1	2	3	4	5
	12.1	12	12	16.8	12.1
	12.3	12.4	12.4	12.5	12.4

a) ¿Cuál es la media de los datos de Alberto?
b) ¿Cuál es la media de los datos de Ismael?
c) Si la decisión debe basarse en el promedio, ¿Qué atleta se debe elegir? ¿Por qué?
d) ¿Cuál es la mediana de los datos de Alberto?
e) ¿Cuál es la mediana de los datos de Ismael?
f) Si la decisión debe basarse en la mediana, ¿Qué atleta se debe elegir? ¿Por qué?
g) ¿Cuál es la moda de los datos de Alberto?
h) ¿Cuál es la moda de los datos de Ismael?
i) Si la decisión debe basarse en la moda, ¿Qué atleta se debe elegir? ¿Por qué?

3. Analiza la siguiente situación:

En una encuesta se preguntó a 13 personas sobre las veces que han visitado un nuevo parque de la colonia. Las respuestas fueron: 0, 3, 2, 5, 0, 3, 7, 1, 2, 0, 5, 3, 4

a) Completa el siguiente cuadro:

Visita al nuevo parque		
Media	Mediana	Moda

b) De acuerdo con el contexto, describe el significado de las medidas de tendencia central de los datos recolectados.

4. En hojas blancas responde las preguntas de los tres planteamientos anteriores. Guarda tu producto en el portafolio; esta será la <u>evidencia 1</u>.

Actividad 2: Cuartiles

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

5. Analiza la siguiente situación:

En una revisión médica, se tomó la talla (en centímetros) de los pacientes atendidos en un día de consulta. Los resultados son:

154, 162, 152, 168, 169, 151, 153, 153, 147, 150, 142, 151, 156, 163, 150, 150

a) Ordena las estaturas de menor a mayor.
b) Calcula Me. Cuando no hay un dato central, la mediana se obtiene del promedio de los dos datos que quedan en el centro.
c) De acuerdo con el contexto, ¿qué significa este valor?
d) Determina la mediana de los primeros 7 datos ya ordenados. ¿Cuál es su valor?
e) Determina la mediana de los 7 últimos de los datos ordenados. ¿Cuál es ese valor?
f) En la lista ordenada del inciso a, remarca los valores encontrados en los incisos b, d y e.

Como podrás ver, los datos han quedado divididos en cuatro grupos. Cada grupo tiene cuatro datos. El primero contiene a 142, 147, 150 y 150.

A este primer grupo de datos se llama Cuartil 1, que se escribe Q1 y representa el 25% de los datos totales, es decir, es superado por el 75% de los datos obtenidos.

El segundo grupo está conformado por los datos 150, 151, 151 y 152. Se denomina el Cuartil 2 o Q2 y representa el 50% de la población o bien, el conjunto de datos que es superado por el 50% de la población.

El tercer cuartil, o Q3 agrupa al 75% de los datos observados y es superado por el 25% de la población.

g) Si un paciente nuevo llega a consulta y su talla es de 142 cm. ¿A qué cuartil pertenece?
h) Si otro paciente llega y al medir su estatura, este queda agrupado en el Q3, ¿cuáles son sus posibles estaturas? Explica.

6. Analiza la siguiente situación:

En un grupo de 24 estudiantes, las calificaciones en un examen fueron:

Calificación	Número de estudiantes con esa calificación
5	2
6	5
7	5
8	5
9	4
10	3

a) ¿Qué datos corresponden al Q1?

b) ¿Y al Q2?
c) ¿Y al Q3?
d) ¿Cuál es la calificación que no pueden superar el 75% de los estudiantes de este grupo? ¿Por qué?
e) ¿Cuánto vale Mo de todos los datos?
f) ¿Cuál es el valor de $\bar{x}$ de todos los datos?
g) ¿Cuál es el valor de Me?

7. En hojas blancas da respuesta a las preguntas de estos planteamientos. Guarda tu producto en el portafolio; esta será la evidencia 2.

Actividad 3: Medidas de dispersión.

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

8. Analiza la siguiente situación.

Un director necesita decidir entre dos equipos de su empresa para asignar un proyecto que requiere el mejor desempeño. Los equipos A y B obtuvieron los siguientes puntajes en tres proyectos anteriores:

Equipo A: 7,6,8

Equipo B: 5,6,10

a) Si se usa $\bar{x}$ como medida de comparación, ¿qué equipo debe elegir?
b) Si se usa Mo como medida de comparación, ¿qué equipo debe elegir?
c) Si se usa Me como medida de comparación, ¿qué equipo debe elegir?

De acuerdo con la información que ofrecen las medidas de tendencia central, el director podría decidirse por el equipo A, puesto que en uno de estos tres valores superó al otro equipo. Sin embargo, siempre quedará la duda si fue la mejor elección.

Por ello es que en estadística, es posible interpretar un fenómeno a través del comportamiento de los datos en torno a las medidas de tendencia central. A esta técnica de observación se le llama medidas de dispersión.

Una de las medidas de dispersión es el rango o recorrido de los datos y se obtiene al acomodar los datos de menor a mayor para determinar la diferencia entre ellos.

En el caso del equipo A el dato menor es 6 y el mayor es 8; por lo que el rango es 8-6=2.

En el caso del equipo B, el rango es 10-5=5

Es decir, hay más dispersión en el equipo B, ¡por lo que resultaría menos confiable para un proyecto importante!

De esta manera la estadística y en particular las medidas de dispersión pueden ayudar a fundamentar una mejor decisión.

Algunas propiedades del rango o recorrido de un conjunto de datos son:

- Cuanto menor es el recorrido, mayor es el grado de representatividad de las medidas de tendencia central.
- Cuanto mayor es el rango, hay mayor dispersión de los datos.
- Tiene gran aplicación en procesos de control de calidad

9. Analiza la siguiente situación:

Un municipio lo integran 6 localidades, cuya población es de 1274, 2489, 2781, 3010, 3558 y 6325 personas respectivamente.

a) ¿Cuál es el valor de Me?

A cada uno de los datos del problema lo podemos nombrar como x_i. Un dato interesante es medir a qué distancia se encuentra cada dato del promedio. Esta distancia se nombra:

$$\bar{x} - x_1$$

En este contexto se obtiene:

x_i		$x_i - \bar{x}$	
x_1	1274	$x_1 - \bar{x}$	-1965.5
x_2	2489	$x_2 - \bar{x}$	-750.5
x_3	2781	$x_3 - \bar{x}$	-458.5
x_4	3010	$x_4 - \bar{x}$	-229.5
x_5	3558	$x_5 - \bar{x}$	318.5
x_6	6325	$x_6 - \bar{x}$	3085.5

El valor $x_i - \bar{x}$ permite saber qué tan alejados están los datos de la media del grupo.

Estadísticamente es importante centrar la atención en la distancia entre un dato y la media, entonces para tener solo valores positivos (es decir, que solo importa la separación que hay y no la dirección en que se encuentre el dato en cuestión) se eleva al cuadrado cada diferencia.

Entonces:

$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
-1965.5	3863190.25
-750.5	563250.25
-458.5	210222.25
-229.5	52670.25
318.5	101442.25
3085.5	9520310.25

Ahora, el promedio (la suma de los datos dividido por el número de ellos) de estos números cuadrados es un buen referente de la dispersión de los datos. En lenguaje matemático esto se escribe así:

$$\sum \frac{(\boldsymbol{x_i} - \overline{\boldsymbol{x}})^2}{n}$$

A este valor se le llama varianza de los datos y se representa como con la letra griega *sigma* (σ), pero elevado al cuadrado: σ^2

Ahora, si obtenemos la raíz cuadrada, es como si supiéramos a que distancia promedio se encuentran todos los datos con respecto a la media. A este valor se le llama desviación estándar.

La expresión matemática para la desviación estándar es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_1 - \bar{x})^2}{n}}$$

Donde
σ es la desviación estándar
x_i es cada uno de los datos
$\bar{x}$ es la media de los datos
n es la cantidad de datos obtenidos

En este problema,

$$\sigma = \sqrt{\frac{14311085.5}{6}}$$

$$\sigma = \sqrt{2385180.917}$$

$$\sigma = 1544.40$$

Esto significa que la media de población de las 6 localidades es de 3239.5, su varianza es de 2385180.917 y que los datos se agrupan, en promedio a una distancia de 1544.40 alrededor de este valor.

En notación matemática:
$n = 6$
$\bar{x} = 3239.5$
$\sigma = 1544.40$
$\sigma^2 = 2385180.917$

Entre más pequeño sea σ, los datos son más homogéneos. Entre más grande sea σ los datos se encontrarán más dispersos.

10. Elabora un cuadro sinóptico con los temas abordados en las últimas dos secciones. Este producto será tu <u>evidencia 3</u>.

Actividad 4: Interpreta estadísticamente un fenómeno.

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 2 días.

11. Realiza un análisis estadístico de la siguiente situación:

Un jugador de baloncesto obtuvo los siguientes puntos en los últimos 24 partidos:

18, 25, 36, 29, 34, 40, 28, 28, 38, 36, 21, 30, 23, 23, 26, 20, 33, 8, 16, 33, 21, 29, 25 y 27

Calcula:

a) $\bar{x}$
b) Me
c) Mo
d) σ^2
e) σ
f) Rango
g) Valores que abarca $Q1$
h) Valores que abarca $Q2$
i) Valores que abarca $Q3$

Elabora un reporte escrito en la que interpretes el conjunto de datos usando argumentos estadísticos. Este producto será la <u>evidencia 4</u>.

Sugerencias de estudio

Una técnica de estudio es una estrategia que te permite potenciar tu aprendizaje. En la medida que la técnica sea sistemática lo verás reflejado en el grado de comprensión de los temas abordados.

En esta ocasión te sugerimos la siguiente estrategia:

1. Mientras vayas estudiando cada sección de este tema, subraya en el texto solo los conceptos e ideas importantes.
2. Por cada palabra o frase subrayada, sintetiza la información relacionada. No hagas copias exactas sino un resumen muy breve que sintetice el significado del concepto elegido. En la medida que uses tus propias palabras te darás cuenta qué tanto lo has comprendido.
3. Elabora un esquema que relacione todos los conceptos entre sí. Si agregas elementos visuales será más fácil realizar una lectura posterior.

Evaluación

Evidencia 1: Medidas de tendencia central
Evidencia 2: Cuartiles
Evidencia 3: Medidas de dispersión
Evidencia 4: Interpretación estadística

La ponderación de las evidencias es:
Evidencia1: 10 puntos
Evidencia 2: 10 puntos
Evidencia 3: 10 puntos
Evidencia 4: 10 puntos

Puntaje máximo: 40 (será equivalente al 100% de le evaluación sumativa de este bloque). A esta cantidad se le agregará la valoración establecida por el docente en las actividades opcionales.

Anexos

1. Juegos y experimentos didácticos de estadística https://eprints.ucm.es/12376/1/ct01_2011_color.pdf
2. Álvarez, I & Romero, V. (2019). Enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad. Bogotá: Propuesta de intervención para el aula. Universidad Pedagógica Nacional.
3. Estadísticas de jugadores de la NBA: https://www.espn.com.mx/basquetbol/nba/jugador/juego-a-juego/_/id/3945274/luka-doncic
4. Ejemplos de desviación estándar: https://www.matematicas10.net/2017/02/ejemplos-de-desviacion-estandar.html
5. Didáctica de la estadística https://www.researchgate.net/publication/255738320_Didactica_de_la_Estadistica/link/00b495209dbca3c32f000000/download

Introducción

Aprendizaje esperado: Organiza y representa información mediante métodos gráficos, proponiendo formas innovadoras de solución a diversas problemáticas de su entorno.

La estadística es una rama de la matemática que permite interpretar fenómenos a partir de datos extraídos de estos. Esta información poco a poco empieza a mostrar indicios de un comportamiento que, en algunos casos resulta predictivo y de mucha ayuda para entender el mundo. La estadística se basa en observar tendencias en el comportamiento de los datos y a veces es posible visualizar ese comportamiento a través de recursos gráficos.

En esta sección analizaremos la pertinencia de cierto tipo de gráficos para reconocer patrones recurrentes que permita comprender rasgos de fenómenos sociales o naturales.

Desarrollo

En esta sección iniciaremos con una exploración de distintos recursos gráficos con los que nos encontramos en contacto en la vida cotidiana. Reconoceremos en esos medios visuales la metodología que sigue la estadística para organizar la información procedente de algún fenómeno natural o social y aprenderemos a dar un tratamiento de esos datos a través de gráficas de columnas, sectores o histogramas.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad 1: Representaciones gráficas

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

De acuerdo con la naturaleza de los datos obtenidos de algún fenómeno, es posible representar el fenómeno a través de una gran diversidad de gráficos. Por ejemplo, el desarrollo de la pandemia por coronavirus en el mundo:

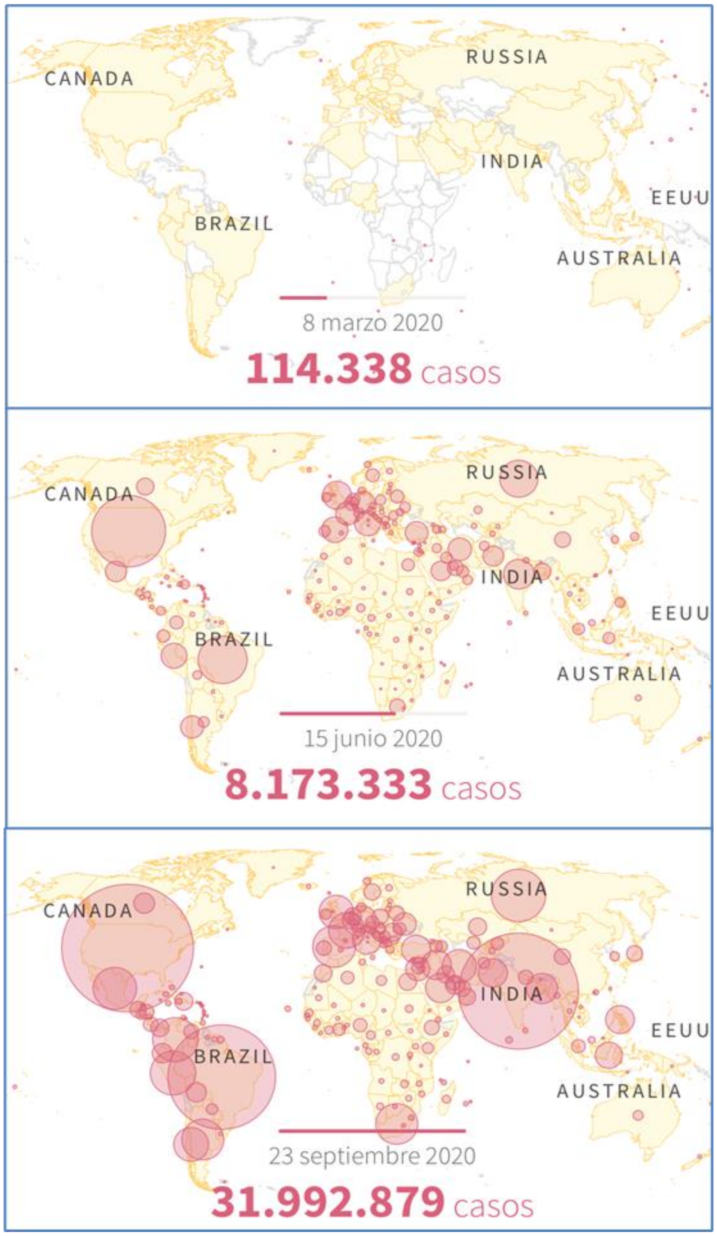


Imagen recuperada de Google

A través de la visualización de las gráficas es posible tener una idea de cómo va creciendo el número de casos en el mundo. Esa es la función de las gráficas: una herramienta para interpretar un fenómeno.

1. Analiza etas tres gráficas y contesta:

a) ¿Qué significan los puntos rojos en la gráfica del 8 de marzo?
b) ¿Qué significa la barra sobre la fecha de registro?
c) ¿En qué país del mundo había más casos el día 15 de junio de 2020?
d) ¿Cuáles son los tres países con mayor número de casos en el día 23 de septiembre de 2020?
e) De acuerdo con la gráfica más reciente, ¿qué países tendrían aproximadamente la misma cantidad de casos que México?

Otro ejemplo lo tenemos con el siguiente gráfico:

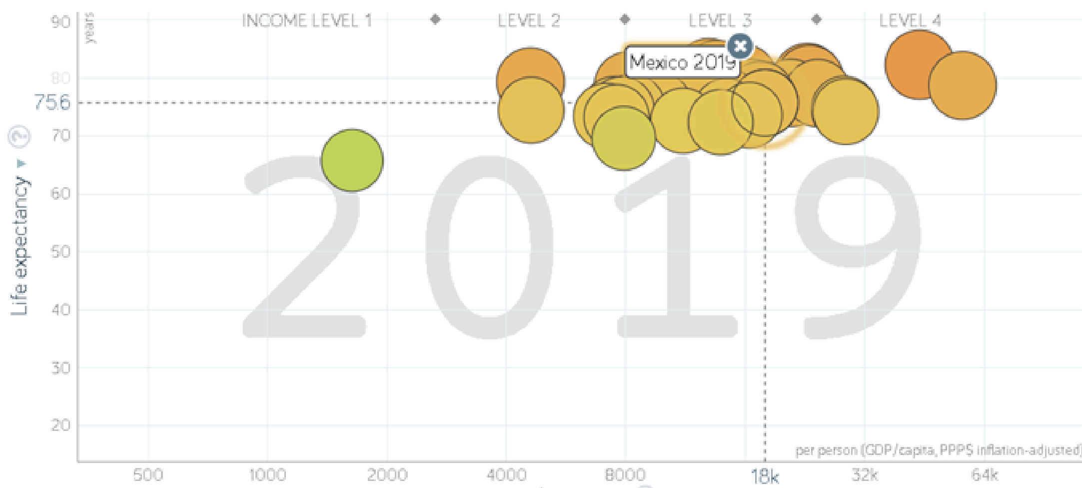


Imagen recuperada de Google

En esta representación, independiente del idioma en que esté presentada, podemos reconocer la esperanza de vida del mexicano en el año 2019: **75. 6** años. Además, este índice de bienestar de la población es equiparable con el de muchos otros países.

2. A partir de la gráfica contesta:
   - ¿De qué países estaremos hablando?
   - ¿Qué significa esa nube de círculos concentrados en una región particular?
   - ¿Qué significará el círculo verde a la izquierda de los demás?

Otro ejemplo de gráficos es el siguiente:

Imagen tomada de: https://traficozmg.com/2016/08/facebook-whatsapp-las-redes-sociales-mas-usadas-mexico/

3. Analiza la imagen y responde:
a) ¿Qué red social se usa más a través de laptop?
b) ¿En qué tipo de dispositivo (celular, laptop o PC) se usa más WhatsApp?
c) ¿En qué dispositivo se usa en menor porcentaje YouTube?
d) Si quisieras hacer una campaña de marketing a través de teléfonos celulares, ¿qué tipo de red social conviene?
e) Si quisieras hacer una campaña de marketing a través de distintos dispositivos, ¿qué tipo de red social conviene?

4. Escribe tus respuestas en una hoja y adjúntala en tu portafolio. Esta será la evidencia 1.

Actividad 2: Gráfica de columnas

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

Es común encontrar gráficos como el siguiente:

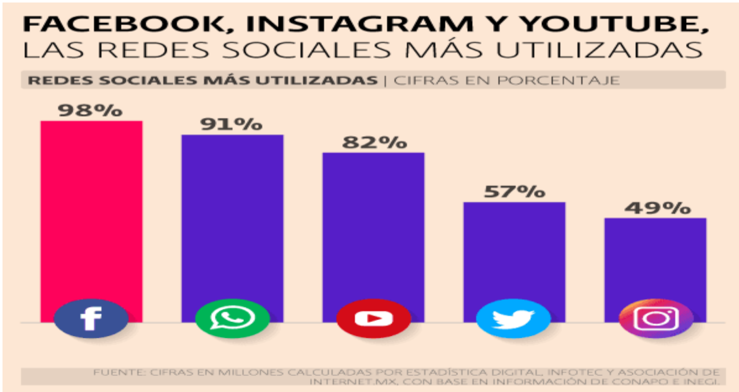


Imagen tomada de : https://www.eleconomista.com.mx/tecnologia/7-graficos-sobre-los-usuarios-de-internet-en-Mexico-en-2018-20180517-0077.html

Este tipo de gráficos se llama Gráfica de columnas. Suele usarse para comparar valores. En el ejemplo, cada columna representa el porcentaje de las personas encuestadas que usan un determinado tipo de red social. La comparación entre las preferencias es fácil de interpretar: mientras el 98% prefiere Facebook, el 91 % prefiere WhatsApp. Sin embargo 98% + 91% = 189% ¿Es esto posible?

Más bien este gráfico intenta mostrar que un 98% de los encuestados prefieren Facebook y un 91% prefiere WhatsApp. Es importante reconocer que muchos encuestados se repiten en una u otra preferencia y solo un 7% prefiere exclusivamente Facebook.

5. Analiza el gráfico y contesta:
   - Si la encuesta se aplicó a 1000 personas. ¿Cuántas prefieren Twitter?
   - ¿Qué porcentaje prefiere YouTube sobre Instagram?
   - ¿Cuántas personas dijeron preferir Facebook sobre WhatsApp?

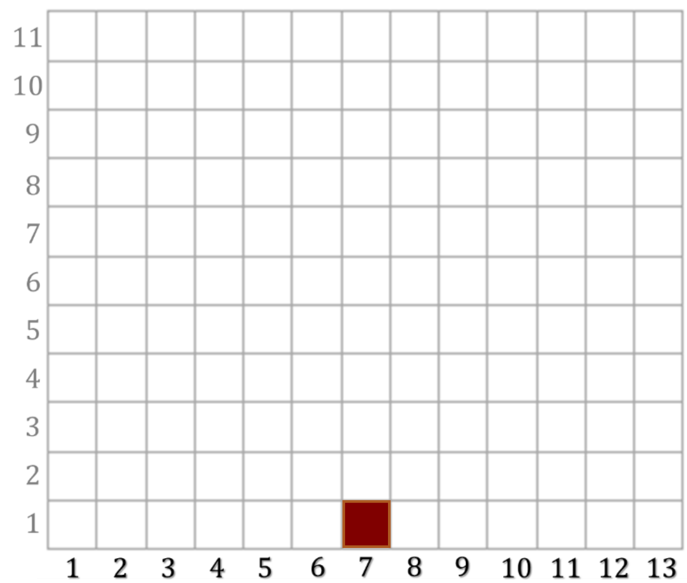
A partir de este análisis, como referencia, elaboraremos una gráfica de columnas a partir de un contexto distinto:

A partir de este análisis, como referencia, elaboraremos una gráfica de columnas a partir de un contexto distinto:

Supongamos que se lanzan dos dados y se va registrando la suma de las caras que quedan arriba. En los primeros 40 lanzamientos se obtuvo:

9, 9, 7, 5, 5, 11, 4, 2, 12, 3, 8, 10, 6, 3, 3, 10, 5, 10, 8, 6, 7, 6, 10, 4, 7, 8, 9, 7, 7, 6, 5, 7, 9, 11, 5, 5, 4, 2, 5, 11.

6. Por cada dato en la lista, ilumina un cuadro de abajo hacia arriba como se muestra con el primer valor iguala a 9:



A partir de la gráfica obtenida, determina la moda de los datos.

- ¿Qué representa esta medida de tendencia central?
- ¿Qué significado tiene Mo de acuerdo con el contexto del problema?
- ¿Cuáles son los valores con menos frecuencia de aparición?
- ¿Qué significado tiene estos valores en este contexto?
- Explica por qué no aparece registro de valor 1 o 13.

7. En hojas blancas responde las preguntas de las secciones 5 y 6. Copia la gráfica que obtuviste en esta última sección. Esta será tu evidencia 2.

Actividad 3: Gráfica de sectores

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

El siguiente gráfico representa las ventas de distintos tipos de comics en el año 2017. A partir de la información visual que ofrece, analiza y responde:

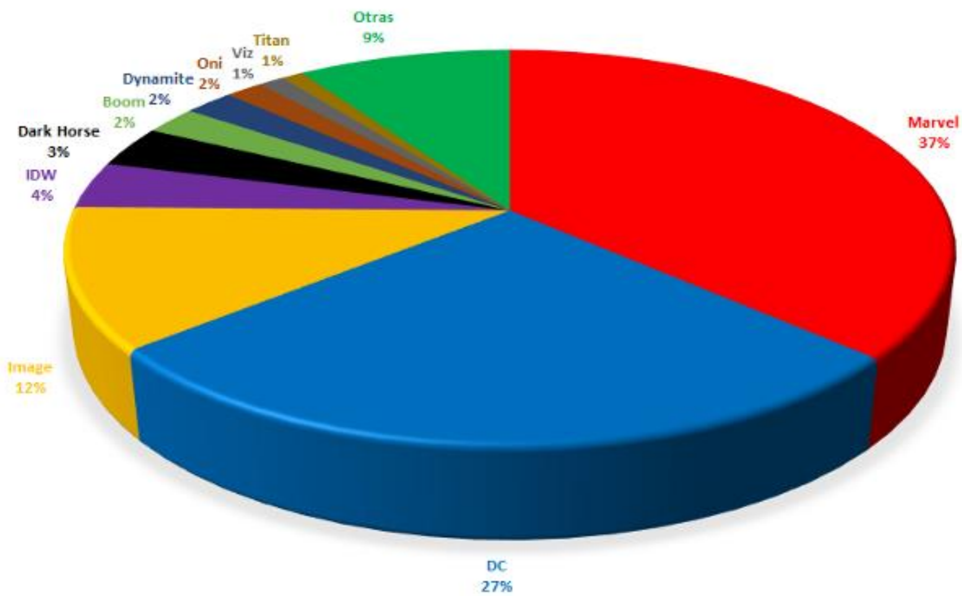


Imagen recuperada de Google

Nota: el número de encuestados en cada pregunta puede ser diferente. Lee con atención cada una de ellas.

a) ¿Qué porcentaje de las personas encuestadas prefieren alguna de las tres revistas de mayor preferencia?
b) Si los encuestados fueron 1200 personas, ¿cuántos de ellos eligieron la revista de mayor preferencia?
c) En otro caso, si los que eligieron DC fueron 540, ¿a cuántas personas se encuestaron?
d) Si las personas que eligieron "Otras" son 90 personas, ¿Cuántas eligieron "Image"?

A partir de este análisis, como referencia, ahora elaboraremos una gráfica de sectores a partir de un contexto distinto:

En la elección de la mascota de un equipo, se sometió a votación de los 180 asociados cinco opciones. Cada una de ellas recibió la siguiente cantidad de votos:

- Jaguar: 45 votos
- Halcón: 15 votos
- Serpiente: 37 votos

- Delfín: 23 votos
- Castor: 60 votos

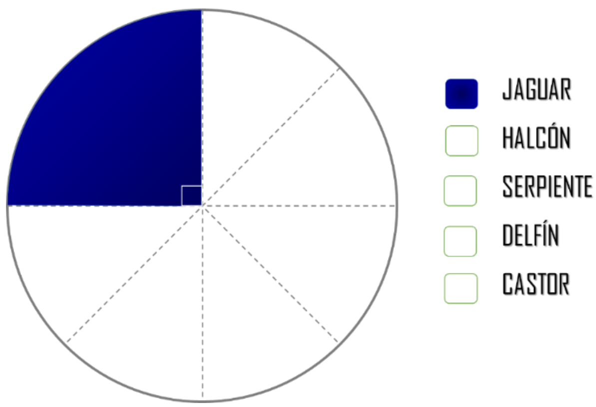
Para representar los votos logrados por la mascota Jaguar, debemos reconocer que la circunferencia completa se asocia a un ángulo de 360°, el cual representa al total de votos emitidos: 180.

La mascota jagual alcanzó 45 votos. Ahora es posible encontrar el ángulo que corresponde a esta cantidad de votos:

$$180\ votos \ \rightarrow 360°$$
$$45\ votos \ \rightarrow x$$

Este es un problema de proporcionalidad. Por lo que $x = \frac{45\ (360°)}{180} = 90°$

Es decir, tenemos que elegir un sector circular que abarque 90°, tal como se muestra en la imagen:



a) Completa la siguiente tabla a partir de los datos mostrados:

Mascota	Votos	Ángulo asociado
Jaguar	45	90°
Halcón	15	
Serpiente	37	
Delfín	23	
Castor	60	
Total	**180**	**360°**

b) Representa la información de la tabla en sectores circulares en la gráfica propuesta. Observa que las líneas punteadas abarcan sectores de 45°.

8. En hojas blancas responde las preguntas de las secciones 7 y 8. Copia la gráfica que obtuviste en esta última sección. Esta será tu evidencia 3.

Actividad 4: Histograma

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

9. Analiza la siguiente información:

En muchas ocasiones, los datos extraídos de un fenómeno requieren un tratamiento un poco más complejo. Las variables involucradas pueden no ser discretas (como en los ejercicios anteriores), sino de tipo continuo. Hay que recordar que una variable continua es aquella que puede tomar cualquier valor, no solo números enteros. Por ejemplo, el peso de una persona, talla, masa o temperatura.

Esto tiene una ventaja importante, pues es posible reconocer aspectos como la distribución, su dispersión, su aleatoriedad y la tendencia que sigue el conjunto de datos.

Analicemos la siguiente situación. Al analizar el tiempo que los usuarios utilizan para la realización de una actividad, se obtuvieron los siguientes datos:

11.50	13.73	11.64	14.35	14.79	14.80	12.20	12.49	11.28	12.68
8.78	15.27	9.35	12.39	13.41	10.26	10.08	10.44	12.82	9.19
12.40	10.63	14.00	15.37	11.32	14.36	14.32	13.00	11.36	12.60
14.25	9.04	14.30	13.09	11.81	12.20	13.08	12.07	11.14	8.58
14.40	15.41	15.30	15.48	10.00	10.06	12.45	13.50	9.10	11.70

a) ¿A cuántos usuarios se les tomó el tiempo?
b) ¿Cuál es el valor más alto?
c) ¿Cuál es el valor más pequeño?
d) ¿Cuál es el rango de la distribución?

Una manera de organizar la información para hacerla más accesible es usando **clases**. Para ello se utiliza la fórmula: $\mathrm{k}=\sqrt{\mathrm{N}}$

Donde N es el número de datos obtenidos.

Entonces: $\mathrm{k}=\sqrt{50}\sim 7.0710$

Lo que redondearemos al entero más cercano: 7

Es decir, podemos agrupar los 50 datos en 7 clases de acuerdo con su valor.

Ahora calcularemos la amplitud de cada clase, que llamaremos h, dividiendo el rango (tu resultado del inciso d) entre el número de intervalos, es decir:

$$\mathrm{h}=\frac{6.9}{7}\sim 0.9857$$

Resultado que podemos redondear a 0.99.

Esta será la amplitud de cada clase. Entonces, calcularemos la primera clase sumando este valor (0.99) al valor más pequeño de los datos (8.58).

La clase 1 comprenderá a todos los datos que se encuentren entre 8.58 y 9.57. Ahora, la siguiente clase abarcará valores entre 9.58 y 10.57, etcétera.

Ya con las clases definidas y los intervalos que comprende cada una, se identifica a cada dato con la clase que le corresponde. Por ejemplo, el primer dato 11.50 corresponde a la clase 3, pues este valor se encuentra comprendido entre 10.58 y 11.57. Es decir, $10.58 \leq 11.50 \leq 11.57$.

Cada dato debe ser asociado a una clase de la misma manera. Después de este proceso, la tabla de información queda de la siguiente manera:

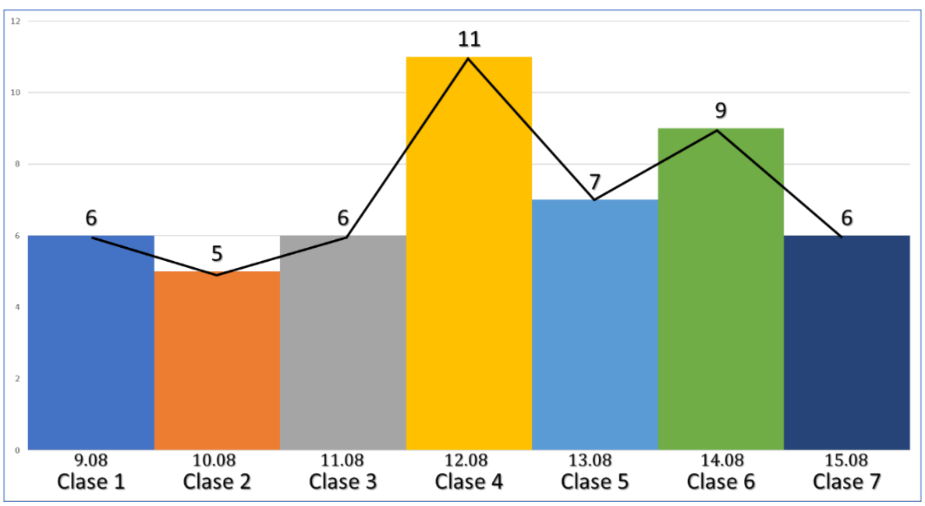
Clase	Intervalo	Frecuencia
Clase 1	De 8.58 hasta 9.57	6
Clase 2	De 9.58 hasta 10.57	5
Clase 3	De 10.58 hasta 11.57	6
Clase 4	De 11.58 hasta 12.57	11
Clase 5	De 12.58 hasta 13.57	7
Clase 6	De 13.58 hasta 14.57	9
Clase 7	De 14.58 hasta 15.57	6

Para poder representar esta tabla en un diagrama, haremos uso de la marca de clase; es decir, el punto medio de cada intervalo. Por ejemplo, para la clase 1 que va de 10.58 a 11.57, obtenemos su punto medio:

$$\frac{8.58+9.57}{2} \sim 9.08$$

Este valor 9.08 representará a los 6 datos que cayeron en la clase 1. De manera análoga se obtienen las restantes marcas de clase.

Ahora, ya es posible obtener una gráfica que llamamos Histograma:



La línea resaltada en negro, se llama polígono de frecuencias, y es un indicador del comportamiento de los datos agrupados en las clases determinadas.

10. A partir de los procesos realizados en el ejemplo anterior, realiza un histograma que represente el comportamiento de los datos de la siguiente situación:

Los errores ortográficos. 100 personas fueron sometidas a un análisis de errores ortográficos que comenten durante un ejercicio escrito. Los resultados fueron los siguientes:

4	5	2	11	3	9	10	13	9	2
13	11	3	15	3	8	20	16	14	4
5	3	11	3	3	3	6	4	3	2
12	4	11	3	3	4	8	5	8	3
7	10	3	8	4	3	3	2	2	4
13	7	5	14	6	7	8	17	8	6
12	8	2	9	6	6	3	2	6	8
18	6	8	7	5	5	2	3	13	11
7	8	0	3	5	10	5	4	3	9
1	9	3	3	6	12	4	9	6	2

A partir de esta información, determina:

a) ¿A cuántos usuarios se les tomó el tiempo?
b) ¿Cuál es el valor más alto?
c) ¿Cuál es el valor más pequeño?
d) ¿Cuál es el rango de la distribución?
e) ¿Cuántas clases son necesarios establecer?
f) ¿Cuál será la amplitud de cada clase?
g) ¿Qué valor tendrá cada marca de clase?

Con la información obtenida, dibuja un histograma que represente esta información. Argumenta matemáticamente la manera en que seleccionarías a las personas de este grupo para realizar una actividad relacionada con la redacción de anuncios publicitarios.

11. Las respuestas de la actividad 10, el histograma y la descripción de tu proceso de selección serán tu evidencia 4. Guarda el producto en tu portafolio para su evaluación posterior.

Sugerencias de estudio

Una técnica de estudio es una estrategia que te permite potenciar tu aprendizaje. En la medida que la técnica sea sistemática lo verás reflejado en el grado de comprensión de los temas abordados.

En esta ocasión te sugerimos la siguiente estrategia:

1. Mientras vayas estudiando cada sección de este tema, subraya en el texto solo los conceptos e ideas importantes.
2. Por cada palabra o frase subrayada, sintetiza la información relacionada. No hagas copias exactas sino un resumen muy breve que sintetice el significado del concepto elegido. En la medida que uses tus propias palabras te darás cuenta qué tanto lo has comprendido.
3. Elabora un esquema que relacione todos los conceptos entre sí. Si agregas elementos visuales será más fácil realizar una lectura posterior.

Evaluación

Evidencia 1: Representaciones gráficas.
Evidencia 2: Gráficas de columnas.
Evidencia 3: Gráficas de sectores.
Evidencia 4: Histograma.

La ponderación de las evidencias es:
Evidencia1: 10 puntos.
Evidencia 2: 10 puntos.
Evidencia 3: 10 puntos.
Evidencia 4: 10 puntos.

Puntaje máximo: 40 (será equivalente al 100% de le evaluación sumativa de este bloque). A esta cantidad se le agregará la valoración establecida por el docente en las actividades opcionales.

Anexos

1. Gráficas.
https://infogram.com/es/crear/grafico-columna
2. Juegos y experimentos didácticos de estadística.
https://eprints.ucm.es/12376/1/ct01_2011_color.pdf
3. Álvarez, I & Romero, V. (2019). *Enseñanza y aprendizaje de la estadística y la probabilidad*. Bogotá: Propuesta de intervención para el aula. Universidad Pedagógica Nacional.
4. Didáctica de la estadística.
https://www.researchgate.net/publication/255738320_Didactica_de_la_Estadistica/link/00b495209dbca3c32f000000/download
5. Bases de datos de la Universidad de Barcelona.
https://sct.uab.cat/estadistica/es/content/bases-de-datos

Introducción

Aprendizaje Esperado: Evalúa los posibles resultados de un fenómeno social o natural a partir de la elección de un enfoque determinista o aleatorio.

En la naturaleza o en diversas actividades del ser humano existen eventos, fenómenos o experimentos cuyos factores están relacionados con el azar y que provocan resultados fortuitos, por ejemplo: en el lanzamiento de un dado donde no se sabe qué número caerá o cuál será el número ganador en la lotería. La característica de estos eventos es que no son deterministas, es decir son fenómenos aleatorios.

Para continuar con el estudio de estos temas necesitarás hacer uso de las operaciones básicas aritméticas, de las propiedades de las razones y porcentajes, etc. La teoría de la probabilidad es muy extensa y sus aportaciones se pueden aplicar a todas las áreas de conocimiento. La idea de esta guía es que tengas un acercamiento a los conceptos básicos y, si es posible, profundices más en ellos con apoyo de las diversas fuentes que se sugieren en este material.

Desarrollo

Un evento aleatorio es aquel cuyo resultado no está previamente determinado. El matemático Seymour Lipschutz afirmó que históricamente la teoría de la probabilidad comenzó con el estudio de los juegos de azar, como la ruleta y las cartas, por ello se afirma que la probabilidad se encarga del estudio de los experimentos aleatorios.

Conceptos básicos de probabilidad

Los eventos deterministas son aquellos en donde los resultados son predecibles, no así con los eventos aleatorios, donde se desconocen los resultados.

I.-Por ejemplo, escribe frente a cada enunciado si se trata de un evento determinista o aleatorio:

a) El número que caerá al lanzar un dado_____________________________________
b) Colocar un vaso con agua en la hielera y esperar si se congela_________________
c) Saber si mi programa favorito pasará a la misma hora de siempre_______________
d) Saber si caerá sol o águila en un volado____________________________________

El espacio muestral, es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento o evento (N).

La probabilidad se define con la fórmula como P(A)=$\frac{n(\text{número de casos favorables de } A)}{N(\text{número total de casos})}$

Donde n = cantidad de eventos favorables.

II.- Por ejemplo, si en una bolsa hay 17 canicas de las cuales 5 son amarillas, 9 blancas y 3 verdes, a) ¿Cuál será la probabilidad de sacar una canica verde?

n=3, casos favorables N=17, total de casos

P(canicas verdes)= $\frac{3}{17}$; la probabilidad es de 0.176

b) ¿Cuál será la probabilidad de sacar una canica amarilla? __________________________

c) ¿Cuál será la probabilidad de sacar una canica blanca? ___________________________

Cuando la probabilidad de un evento es igual al cero, el evento no ocurrirá, y si la probabilidad es igual a 1, es seguro que el evento ocurra.

En el siguiente sitio podrás encontrar más sobre los conceptos básicos de probabilidad: https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library/basic-theoretical-probability/a/probability-the-basics#:~:text=La%20probabilidad%20es%20simplemente%20qu%C3%A9,probabilidad%20se%20le%20llama%20estad%C3%ADstica.

Ley aditiva

Cuando existe la probabilidad de que suceda una cosa u otra, se dice que hay dos eventos mutuamente excluyentes y la probabilidad se calcula de la siguiente manera:

P(A o B) = P(A) + P(B)

Donde P(A o B) = la probabilidad de que suceda A o B

Cuando los eventos no son mutuamente excluyentes, nos referimos a la probabilidad de que dos eventos sucedan al mismo tiempo y está dado por P(A o B) = P(A) + P(B) – P(AB)

https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library/addition-rule-lib/v/addition-rule-for-probability

Ley multiplicativa

En un evento dependiente, su resultado se ve afectado por el resultado de otro u otros eventos, denotados como evento A y evento B, esto es: P(AB)=P(A)·P(B/A)

En un evento independiente, su resultado no tiene que ver con el resultado de otro evento(s): P(AB)=P(A)·P(B)

Retomando los conceptos básicos resolveremos los siguientes ejemplos:

a) Si se tiene una caja cerrada donde hay 20 paletas de cereza y 10 de tamarindo, ¿Qué paleta tiene el porcentaje más alto de ser extraída de la caja?

n=30 , que es la totalidad de casos favorables

P(c)= $\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$ =0.666 = 66.66% y P(t)= $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$ =0.3333 33.33%

Como se observa la Paleta de cereza, tiene un porcentaje más alto de ser extraída.

b) Si se lanza al mismo tiempo una moneda y un dado, ¿Cuál es la probabilidad de obtener sol y un número par?
   P(sol,par)= $\frac{3\ soles\ con\ número\ par}{12\ posibles\ casos}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$=0.25

Esto se puede interpretar como el 25% de probabilidad.

Imagen recuperada de Google

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad

A continuación, se plantea una situación que está relacionada con un problema de salud pública y que además también tiene repercusiones sociales y económicas en la vida de muchas personas. Lee detenidamente, revisa los cuestionamientos y completa el proceso de solución donde se solicita. Debes observar que a partir del uso de conceptos básicos de probabilidad se puede obtener información para la toma de decisiones en esos ámbitos. Al final reflexiona sobre los aspectos que se indican.

Planteamiento.
En un estudio sobre la relación entre manejar a exceso de velocidad y los accidentes automovilísticos, se ha clasificado a 200 personas según manejaran a exceso de velocidad o no, y según provocaran un accidente automovilístico o no. La tabla siguiente presenta los resultados obtenidos:

	Conductores que manejan a exceso de velocidad	Conductores que no manejan a exceso de velocidad
Han provocado un accidente automovilístico	70	30
No han provocado un accidente automovilístico	40	60

a) Calcula la probabilidad de que una persona sea conductor que maneja con exceso de velocidad y haya provocado un accidente automovilístico.
b) Calcula la probabilidad de que una persona haya provocado un accidente automovilístico.
c) ¿Son independientes los sucesos “manejar a exceso de velocidad” y “provocar un accidente automovilístico”?

Solución
III.- Consideremos que *M* es maneja con exceso de velocidad y *A* ha provocado un accidente automovilístico, con ello completa la tabla:

	Conductores que manejan a exceso de velocidad.	Conductores que no manejan a exceso de velocidad.	
Han provocado un accidente automovilístico.	70	30	La suma de quienes han provocado un accidente es:
No han provocado un accidente automovilístico.	40	60	La suma de quienes no han provocado un accidente es:
	La suma de quienes manejan a exceso de velocidad es:	La suma de quienes no manejan a exceso de velocidad es:	200

Después de realizar las sumas en cada categoría, se obtiene el total de los casos posibles para el planteamiento que se busca. A partir de ello se obtienen fácilmente las probabilidades solicitadas:

a) En esta primera situación se plantea que ambos eventos sucedan al mismo tiempo, P(Maneja a exceso de velocidad, provoca accidentes)= 70/200=0.35
b) P(A)=100/200=0.5
c) Como P(A)=100/200 y P(M)=70/110=0.63

IV.- Observa que ambas probabilidades son distintas, entonces ¿los sucesos son dependientes o independientes?

V.- ¿Por qué los sucesos de manejar a exceso de velocidad y el provocar accidentes viales son considerados problemas de salud pública y que repercuten económica y socialmente? Y ¿a qué conclusión llegaste en relación con los cuestionamientos planteados para el grupo de personas del estudio?

Forma y tiempo: El trabajo debe ser elaborado de manera individual en un lapso de 1 día hábil. Los puntos marcados con números romanos deberán estar completos y correctos, esto será la evidencia 1.

Productos: Los cinco puntos marcados con números romanos contestados.

Evaluación: Se evaluarán los cinco puntos marcados con números romanos con una lista de cotejo.

Sugerencias de estudio

Para profundizar en el tema de la Probabilidad, te sugerimos estudiar los conceptos básicos de la Teoría de conjuntos para que revises los conceptos de unión, intersección, complemento, etc.; el lenguaje, la simbología y las operaciones usadas en la Teoría de conjuntos son una herramienta importante para trabajar con probabilidades.

En relación con los hábitos de estudio, te sugerimos leer atentamente las instrucciones y los datos en los problemas, tener tus actividades en un solo cuaderno, carpeta o portafolio de evidencias y dedicarle un tiempo exclusivo al desarrollo del trabajo de la asignatura. Recuerda que las matemáticas son un área de conocimiento que requiere de dedicación y práctica en los cálculos.

Evaluación

La evaluación se llevará mediante esta lista de cotejo:

Lista de cotejo-Evidencia 1				
Indicadores	**Cumple**	**No cumple**	**Puntos**	**Observaciones**
Entrega				
1.-Entrega en tiempo y forma (2 puntos).				
Estructura				
2.- Se muestra limpieza y orden en el trabajo (2 puntos).				
Contenido				
3.- Escribe correctamente las respuestas numéricas a los cuestionamientos I y II del tema de conceptos básicos de Probabilidad (2 puntos).				
4.-Explica y diferencia correctamente si los eventos son dependientes o independientes en el estudio planteado (I) (2 puntos).				
5.- Escribe la conclusión sobre lo obtenido de los cuestionamientos hechos en el estudio (II) (2 puntos).				

Anexos

Fuentes web sugeridas para consulta:

1. Conceptos básicos de Probabilidad
   https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library/basic-theoretical-probability/a/probability-the-basics#:~:text=La%20probabilidad%20es%20simplemente%20qu%C3%A9,probabilidad%20se%20le%20llama%20estad%C3%ADstica.
2. Ley aditiva y multiplicativa
   https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library/addition-rule-lib/v/addition-rule-for-probability
   https://www.youtube.com/watch?v=ohQa69ULw00&list=PL3KGq8pH1bFQ5ZdTbz7DRXMDWv_wFvE1K&index=3

Documento web para consulta:

1. http://docs.uprb.edu/deptmate/material%20suplementario/CIME/10mo%20a%2012mo/T6%3B%20Probabilidad%2810mo%20a%2012mo%29.pdf

Referencias consultadas:

1. Seymour Lipschutz.(1992). *Probabilidad*. México: McGraw-Hill.
2. González Ortíz J.(2004). *Matemáticas*. Bachillerato, Proyecto Matex. Probabilidad. España: Santander.

BLOQUE V. Operaciones algebraicas.

Introducción

Aprendizaje Esperado: Utiliza el lenguaje algebraico para representar situaciones reales e hipotéticas siendo perseverante en la búsqueda de soluciones.

Con el desarrollo de las actividades que aquí se plantean, podrás utilizar los símbolos del lenguaje algebraico para representar situaciones hipotéticas o de tu vida diaria y llegar a establecer soluciones a las mismas si así se requiere. Es importante mencionar que, para lograrlo, echarás mano de las operaciones aritméticas básicas y de las operaciones con números con signo que aprendiste en grados anteriores. Para lograr nuestro objetivo, en esta ocasión estudiarás los conceptos básicos del álgebra: monomio, polinomio, término semejante y operaciones con polinomios, operaciones con polinomios y las leyes de los exponentes y de los radicales.

Desarrollo

El estudio del álgebra comenzó a desarrollarse desde la antigüedad en distintas civilizaciones: la egipcia, babilónica, china, hindú. Tenía la finalidad, en sus inicios, de resolver aquellos problemas que las personas enfrentaban en su día a día. Por ejemplo, cuando necesitaron resolver cálculos para la construcción de edificios religiosos, para tener registros numéricos sobre sus cultivos o para determinar las ganancias o pérdidas al cambiar o vender bienes, entre otros; produciéndose así las bases del álgebra moderna.

Es aquí donde iniciamos el estudio de conceptos que más adelante también te ayudarán a resolver problemas reales o hipotéticos mediante el uso del álgebra.

Lenguaje algebraico

Las matemáticas utilizan un lenguaje que contiene reglas y que nos permite describir lo que observamos: las relaciones entre cantidades, los objetos matemáticos, modelar situaciones, etc. Recordemos que las expresiones algebraicas son la combinación de números y letras unidas por operaciones matemáticas elementales.

Expresión verbal	Expresión algebraica
Un número cualquiera	x
La suma de dos números	$x+y$
La diferencia de dos números	$x-y$
El producto de dos números	xy
El cociente de dos números	$\frac{x}{y}$
La suma de dos números dividida entre su diferencia	$\frac{x+y}{x-y}$
El cubo de un número	x^3
El doble del cubo de un número	$2x^3$
La suma de dos números al cuadrado	x^2+y^2
El cuadrado de la suma de dos números	$(x+y)^2$

No olvides que la clasificación de expresiones algebraicas se establece según su número de términos: monomios, binomios y polinomios para expresiones de más de dos términos.

Ahora resuelve la Actividad 1.

Para conocer más sobre el lenguaje algebraico observa los videos que se encuentran en los siguientes vínculos:

- Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico: https://www.youtube.com/watch?v=DK53BxBRY1o
- Lenguaje algebraico - 6.- Traducción al lenguaje algebraico: https://www.youtube.com/watch?time_continue=591&v=yw8y08SALQc&feature=emb_logo

Leyes de los exponentes

- Las leyes de los exponentes son el conjunto de reglas establecidas para resolver las operaciones matemáticas con potencias. La potencia consiste en la multiplicación de un número por sí mismo varias veces.

$$\underset{\text{base}}{a}^{\overset{\text{exponente}}{3}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a}_{\text{factores}}$$

Observa en la siguiente tabla las propiedades de los exponentes y los ejemplos de aplicación.

PROPIEDADES	EJEMPLO 1	EJEMPLO 2
$1^n = 1$	$1^{50} = 1$	$1^{473} = 1$
$0^n = 0$	$0^{100} = 0$	$0^{1000} = 0$
$a^0 = 1$	$34^0 = 1$	$(-7)^0 = 1$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$7^2 \cdot 7^4 = 7^{2+4} = 7^6$	$(-2)^5 \cdot (-2)^3 =$ $= (-2)^{5+3} = (-2)^8 = 2^8$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$7^4 : 7^2 = 7^{4-2} = 7^2$	$7^{12} : 7^{10} = 7^{12-10} = 7^2$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2$	$\frac{(-2)^5}{(-2)^3} = (-2)^2 = 2^2$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(7^3)^7 = 7^{3 \cdot 7} = 7^{21}$	$((-2)^2)^2 = (-2)^4 = 2^4$
$(a \cdot b \cdot c)^m = a^m \cdot b^m \cdot c^m$	$(3 \cdot 5 \cdot 7)^6 = 3^6 \cdot 5^6 \cdot 7^6$	$(3 \cdot 5 \cdot 7)^2 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{8}{3}\right)^{10} = \frac{8^{10}}{3^{10}}$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$	$\left(\frac{8}{3}\right)^{-10} = \frac{3^{10}}{8^{10}}$	$\left(\frac{8}{3}\right)^{-40} = \frac{3^{40}}{8^{40}}$
$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1^n}{a^n}$	$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3^2}$	$5^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$

Imagen recuperada de Google

Es momento de resolver la Actividad 2.

Puedes estudiar y practicar el tema de leyes de los exponentes con mayor profundidad en: http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/4esomatematicasB/radicales/impresos/quincena2.pdf y en el sitio: https://www.disfrutalasmatematicas.com/algebra/exponentes-leyes.html.

Operaciones con polinomios.

Para realizar sumas o restas entre dos términos de una expresión algebraica es necesario que estos sean semejantes (termino semejante = misma literal y mismo exponente), es decir, lo que se hace es sumar o restar dependiendo de los signos que tengan los coeficientes de los términos y se escriben las literales con el mismo exponente. Un método práctico para sumar o restar polinomios es ordenarlos previamente y operar los términos semejantes de manera vertical. Por ejemplo, suma los polinomios $3x - 5x^2 + 8x^4$, y $x + 2x^2 - 13x^3 + 3$.

Solución: Se ordenan los términos de cada polinomio en forma descendente y respetando los signos de cada término de los polinomios:

$8x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 3x + 0$

$\underline{0x^4 - 13x^3 + 2x^2 + x + 3}$

Y se realiza la suma de los coeficientes de los términos semejantes obteniendo como resultado: $8x^4 - 13x^3 - 3x^2 + 4x + 3$

Es importante que notes que este mismo proceso se realiza para una diferencia de polinomios. Si lo requieres, da clic en el siguiente vínculo, te permitirá ver un video con el tema de suma de polinomios: https://www.youtube.com/watch?time_continue=14&v=41wAbgebpHo&feature=emb_logo

Otra operación que podemos realizar con polinomios es la multiplicación, y al multiplicar expresiones algebraicas se pueden tener los siguientes casos:

Un numero por un monomio	Un numero por un polinomio
Se multiplican los números y las variables del monomio se quedan tal y como están en el monomio Ejemplo: $5(3y) =$ Se multiplican los números $5(-3y^2x) = -15$ Las variables y los exponentes del monomio se quedan igual: $-15y^2x$	Se multiplica el número por cada uno de los términos del polinomio. Ejemplo: $5(3x^2 - y) =$ Se multiplica el número por el primer término del polinomio: $5(3x^2 - y) = 15x$ Se multiplica el número por el segundo término del polinomio: $5(3x^2 - y) = 15x^2 - 5y$

Un monomio por un monomio	Un monomio por un polinomio
Se multiplican los coeficientes de cada término, teniendo en cuenta la regla de los signos. Para multiplicar la parte literal de cada término, has una multiplicación de potencias con distintas bases: para las variables que sean iguales, se mantiene la base y se suman los exponentes y las que no sean iguales se quedan tal y como están en el resultado. Ejemplo: $(x^2y^4)(x^3y^5) =$ Las potencias que tengan la misma base, se suman los exponentes: x por un lado e y por otro lado: $x^{2+3}y^{4+5} = x^5y^9$	Tenemos que multiplicar el monomio por cada uno de los términos del polinomio. Ejemplo: $-3xy(2x^2 - 4y^3 + xy) =$ Se multiplica el monomio por el primer término del polinomio: $-3xy(2x^2 - 4y^3 + xy) = -6x^3y$ Se multiplica el monomio por el segundo término del polinomio: $-3xy(2x^2 - 4y^3 + xy) = -3x^3y + 12xy^4$ Se multiplica el monomio por el tercer término del polinomio: $-3xy(2x^2 - 4y^3 + xy) = -3x^3y + 12xy^4 - 3x^2y^2$
Polinomio por polinomio	
Ejemplo: $(x - 2)(x - 7) =$ ✓ Se multiplica el primer término de un polinomio, por todos los términos del otro polinomio $(x - 2)(x - 7) = x^2$ $(x - 2)(x - 7) = x^2 - 7x$ ✓ Se multiplica el segundo término de un polinomio, por todos los términos del otro polinomio $(x - 2)(x - 7) = x^2 - 7x - 2x$ $(x - 2)(x - 7) = x^2 - 7x - 2x + 14$ ✓ Se reagrupan términos, sumando y restando los términos semejantes $(x - 2)(x - 7) = x^2 - 7x - 2x + 14$ Resultado $(x - 2)(x - 7) = x^2 - 9x + 14$	

En el siguiente vínculo encontrarás un video con el tema: Cómo Multiplicar Binomios y Polinomios. Con él que podrás observar más ejemplos relacionados con este tema: https://www.youtube.com/watch?time_continue=513&v=ZHfq-9LrAsA&feature=emb_logo

En la sección de los Anexos, encontrarás aún más sugerencias para ampliar el estudio de los contenidos desarrollados hasta aquí. Por ahora es momento de resolver la Actividad 3 y 4.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad 1

Describe brevemente dos situaciones de tu vida diaria en las que uses o hayas empleado el lenguaje algebraico. Completa la tabla donde se requiere traducir del lenguaje común (expresión verbal) al lenguaje algebraico (expresión algebraica) cada una de las siguientes expresiones:

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Si Luis pesa	**“x” kilogramos**
Andrés pesa 5 kg. más que Luis.	
Héctor pesa 2kg. menos que Luis.	
Los pesos de Andrés y Héctor suman 109 kg.	
Si la suma de dos números es 38 y su diferencia es 8, ¿cuáles son las expresiones que cumplen con ambas condiciones?	
Si el lado de un cuadrado se duplica y su perímetro aumenta 40, ¿qué expresiones matemáticas representan las medidas originales y las medidas después de haberse modificado?	

Forma y tiempo: El trabajo será elaborado de manera individual en un lapso de 1 día hábil, este trabajo será la primera evidencia.

Productos: La redacción de dos situaciones y la traducción de los 5 enunciados al lenguaje algebraico. Esta será la evidencia 1.

Evaluación: Lista de cotejo para la evidencia 1.

Lista de cotejo-Evidencia 1				
Indicadores	**Cumple**	**No cumple**	**Puntos**	**Observaciones**
Entrega				
1.-Entrega en tiempo y forma (2 puntos).				
Estructura				
2.- Se muestra limpieza y orden en el trabajo (2 puntos).				
Contenido				
3.- Las situaciones que describe ejemplifican el uso de lenguaje algebraico (2 puntos).				
4.- Respecto a la tabla, son correctas las tres primeras expresiones algebraicas (2 puntos).				
5.- Respecto a la tabla, son correctas las dos últimas expresiones algebraicas (2 puntos).				

Actividad 2

En esta actividad vas a reafirmar tus conocimientos sobre las leyes de los exponentes. Para ello marca la opción correcta de cada enunciado y escribe la ley de los exponentes que sustenta tu respuesta.

Test de leyes de los exponentes		
	Enunciado	**Ley de los exponentes que sustenta tu respuesta**
1.-	En la multiplicación de dos potencias de la misma base los exponentes se suman, esto es: a) Verdadero b) Falso	
2.-	¿En la división de potencias de la misma base los exponentes se restan? a) Verdadero b) Falso	
3.-	El resultado de elevar una potencia a otra potencia es la misma base elevada a la suma de sus exponentes esto es: a) Verdadero b) Falso	
4.-	¿El resultado de elevar una potencia a cero es el mismo exponente? a) Verdadero b) Falso	
5.-	¿El resultado de elevar un número a un exponente negativo es una fracción? a) Verdadero b) Falso	
6.-	En esta expresión $4^3 \cdot 4^7$, cuando se multiplican dos potencias de la misma base el resultado es: a) La misma base elevada al producto o multiplicación de sus exponentes 4^{21} b) La misma base elevada a la resta de los exponentes 4^{-4} c) La misma base elevada a la suma de sus exponentes 4^{10}	
7.-	En la expresión $\frac{x^{12}}{x^5}$, el resultado de dividir dos potencias de la misma base es igual a: a) La misma base elevada a la resta o diferencia de sus exponentes x^7 b) La misma base elevada al producto o multiplicación de sus exponentes x^{60} c) La misma base elevada a la suma de sus exponentes x^{17}	
8.-	En la expresión $(y^4)^3$, el resultado de elevar una potencia a otra potencia es igual a: a) La misma base elevada a la resta de sus exponentes y^1 b) La misma base elevada al producto o multiplicación de sus exponentes y^{12} c) La misma base elevada a la suma de sus exponentes y^7	
9.-	En la expresión x^0, el resultado de elevar un número a la potencia "0" siempre es: a) Uno b) Cero c) Es un número fraccionario	
10.-	En la expresión y^{-2}, el resultado de elevar una potencia a un exponente negativo es: a) $-y^2$ b) $\frac{1}{y^{-2}}$ c) $\frac{1}{y^2}$	

Test recuperado de: https://www.goconqr.com/quiz/1432778/practica-las-leyes-de-exponentes-

Forma y tiempo: El trabajo será elaborado de manera individual en un lapso de 1 día hábil, este trabajo será la segunda evidencia.

Productos: El test resuelto será la evidencia 2.

Evaluación: Lista de cotejo para la evidencia 2.

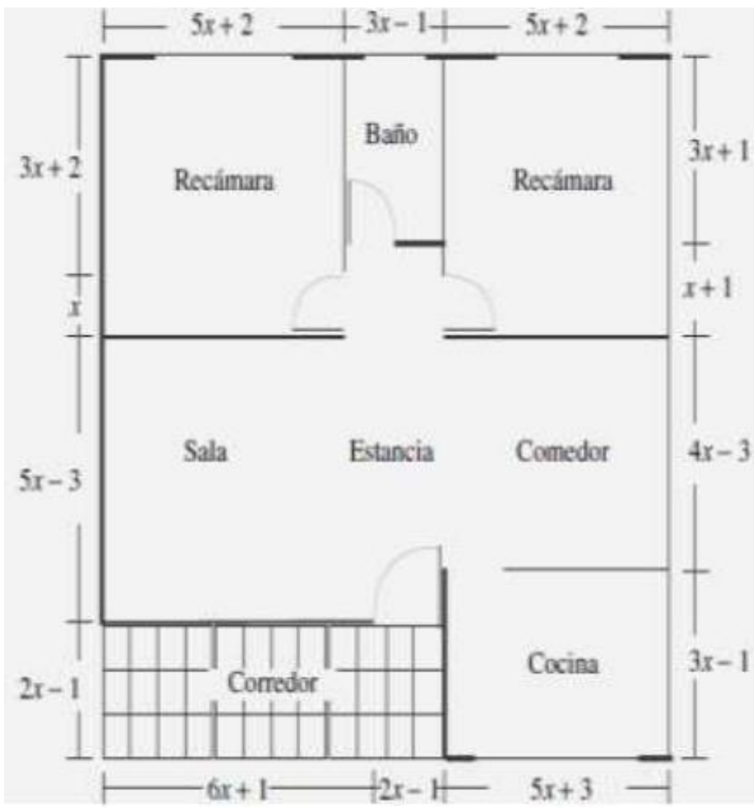
Lista de cotejo-Evidencia 2				
Indicadores	**Cumple**	**No cumple**	**Puntos**	**Observaciones**
Entrega				
1.-Entrega en tiempo y forma (2 puntos).				
Estructura				
2.- Se muestra limpieza y orden en el trabajo (2 puntos).				
Contenido				
3.- Son correctas al menos 7 respuestas del test (3 puntos).				
4.- Escribe al menos 7 leyes que sustentan correctamente cada respuesta (3 puntos).				

Actividad 3

Observa el siguiente plano arquitectónico de la distribución de una casa y realiza las operaciones correspondientes para contestar las preguntas de lo que se plantea, explicando detalladamente el proceso que seguiste para encontrar cada respuesta.

- Se colocará piso de cerámica en el baño y en la cocina ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de piso que necesita comprarse?

- ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el área de toda la casa, sin considerar el corredor?



Forma y tiempo: Esta actividad será elaborada individualmente en un lapso de 2 días hábiles. Esta actividad será la tercera evidencia.

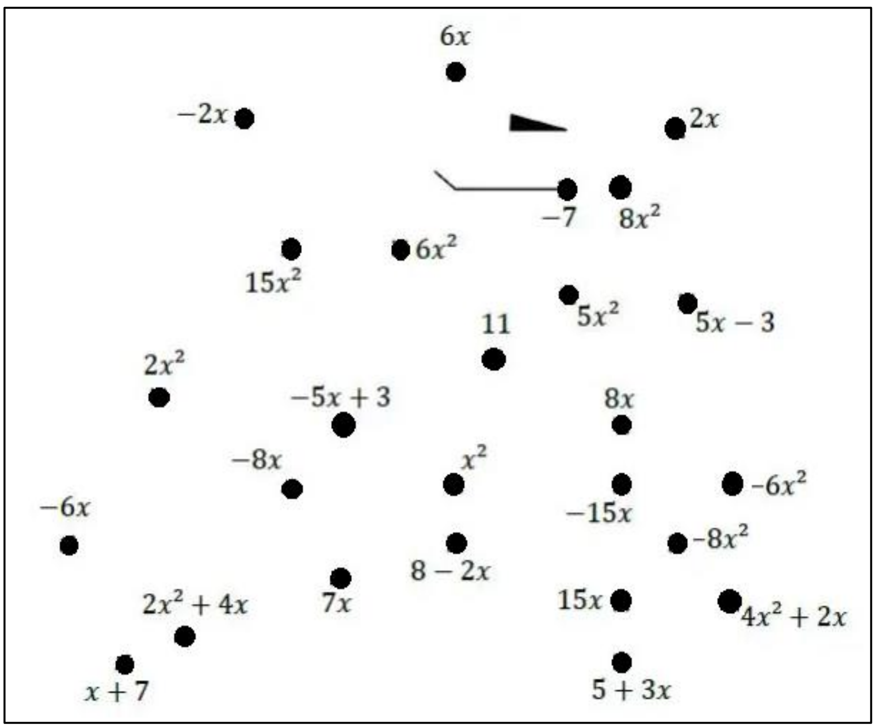
Productos: Las respuestas a ambas preguntas con la explicación detallada del proceso de solución. Esta será la evidencia 3.

Evaluación: Lista de cotejo para la evidencia 3.

Lista de cotejo-Evidencia 3				
Indicadores	**Cumple**	**No cumple**	**Puntos**	**Observaciones**
Entrega				
1.- Entrega en tiempo y forma (2 puntos).				
Estructura				
2.- Se muestra limpieza y orden en el trabajo (2 puntos).				
Contenido				
3.- Escribe detalladamente los procesos que siguió para llegar a la solución en ambas preguntas (2 puntos).				
4.- Es correcta la respuesta a la primera pregunta (2 puntos).				
5.- Es correcta la respuesta a la segunda pregunta (2 puntos).				

Actividad 4

En este dibujo, aparecen expresiones algebraicas reducidas, asociadas a un punto del dibujo. Traza una línea entre estos puntos, siguiendo el orden de las expresiones que se te dan después de la imagen:



Las expresiones algebraicas que debes resolver y cuyo resultado debes buscar en la imagen anterior son las siguientes:

1) $5x \cdot 3x$
2) $-6x^2 + 4x + 2x + 7x^2 - x^2$
3) $x + x$
4) $(-2x)(-4x)$
5) $(3x + 2) - (3x + 9)$
6) $x \cdot 6x$
7) $3 - 5x$
8) $x \cdot x$
9) $2x \cdot 4$
10) $x^2 + 7x - 7(x^2 + x)$
11) $2x(2x + 1)$
12) $5x - (2x - 5)$
13) $-5x^2 + 7 + x + 6x^2 - x^2$
14) $2(x - 4x)$
15) $(-4x^2 + 6x) + (6x^2 - 2x)$
16) $5 \cdot 3x$
17) $-5x^2 - 3x^2$
18) $5(-3x)$
19) $2 + (6 - 2x)$
20) $-7x - x$
21) $(-3x)(-5x)$

Por ejemplo, la primera expresión, 5x ·3x, cuando se reduce da como resultado $15x^2$. Debes, por lo tanto, iniciar el dibujo por el punto que lleva esta expresión. Desde ese punto, trazarás una línea hasta el punto que lleve la expresión reducida de $-6x^2 + 4x + 2x + 7x^2 – x^2$ y así sucesivamente. No olvides que debes escribir todas las operaciones en tu cuaderno y resolverlas en orden, simplificando al máximo tu resultado.

(Obtenido de: https://anagarciaazcarate.files.wordpress.com/2019/04/dibujodestrezasalgebraicasprofesorado.pdf)

Forma y tiempo: El trabajo será elaborado de manera individual en un lapso de 1 día hábil, este trabajo será la cuarta evidencia.

Productos: La imagen terminada, con los cálculos realizados en cada expresión algebraica. Esta será la evidencia 4

Evaluación: Lista de cotejo para la evidencia 4.

Lista de cotejo-Evidencia 4				
Indicadores	**Cumple**	**No cumple**	**Puntos**	**Observaciones**
Entrega				
1.-Entrega en tiempo y forma (2 puntos).				
Estructura				
2.- Se muestra limpieza y orden en el trabajo (2 puntos).				
Contenido				
3.- Escribe los procesos que siguió para llegar a determinar la solución en las 21 operaciones algebraicas (2 puntos).				
4.- Son correctas las operaciones 1-11 -primeras 11 operaciones algebraicas- (2 puntos).				
5.- Son correctas las operaciones 12-21 -10 últimas operaciones algebraicas- (2 puntos).				

Sugerencias de estudio

Es importante que consideres los siguientes puntos para crear un ambiente adecuado y para que tu aprendizaje sea más eficiente. Te sugerimos que:

- Tengas un horario, una rutina, pues te ayudará a organizarte.
- Toma un descanso de aproximadamente 5 minutos después de cada media hora de estudio intensivo.
- Prioriza tus actividades y las asignaturas que requieren más tiempo.
- No descuides ninguna asignatura, recuerda que todas son importantes para tu formación complementaria y todas tienen valor curricular.
- Para reforzar los contenidos que estudiaste, realiza notas en tu cuaderno, transcribe los temas para que personalices su presentación.
- Sigue los vínculos que se te brindaron durante esta guía, y date tiempo para estudiar y tomar notas.
- Repite los procesos de los cuales se te mostraron de ejemplos y practica lo que consideres necesario.

Recuerda que el álgebra es un área de las matemáticas que seguirás ocupando durante todo tu bachillerato y el tiempo que inviertas en estos momentos abonará para el entendimiento de muchos otros temas más.

Evaluación

Autoevaluación

A continuación, realizarás la autoevaluación de tu desempeño:

Autoevaluación	
Nombre:	
Grupo: Fecha: Parcial:	
Instrucciones Lee cada enunciado y valora con la escala que se muestra, tu desempeño en los temas que estudiaste en esta guía. Posteriormente, realiza la suma y escríbela en la casilla de TOTAL.	
Nunca lo hice=0; Casi siempre lo hice=1.5; Lo hice siempre =2.5	
1) Realicé las cuatro actividades y produje las evidencias correspondientes.	
2) Indagué más sobre los contenidos tratados en esta guía, en libros, preguntando a otras personas o revisando las sugerencias electrónicas que se me proporcionaron en el desarrollo de los temas, etc.	
3) Resolví sin dificultad las traducciones de expresiones escritas a lenguaje algebraico.	
4) Resolví sin dificultad la actividad 2 referente a variación directa e inversa.	
5) Resolví sin dificultad las operaciones algebraicas que implicaron suma, resta y multiplicación.	
TOTAL	

La evaluación final de esta guía se obtendrá promediando las calificaciones obtenidas en las cuatro evidencias y en la autoevaluación:

Evaluación final= $\frac{Ev\ 1+Ev2+Ev3+Ev4+Autoevaluación}{5}$

Anexos

1. Potencias y radicales:

   EJERC.RESUELTOS.E
   XPONENTES Y RADIC

2. Operaciones con polinomios:
   https://gauss.acatlan.unam.mx/pluginfile.php/465/mod_resource/content/0/POLINOMIOS/PDFs_Poli/UNIDAD_4_Guia_mayo_08.pdf

   http://azul2.bnct.ipn.mx/algebra/polinomios.PDF

Introducción

Aprendizaje esperado:

1.- Propone procesos de solución identificando posibles errores.

2.- Aplica el álgebra en su vida cotidiana favoreciendo su pensamiento crítico.

El álgebra es un lenguaje en toda la extensión de la palabra. Así como es posible traducir un texto de un idioma a otro, es posible representar un fenómeno a un modelo algebraico. En este bloque profundizaremos en este lenguaje algebraico para desarrollar la habilidad de modelar matemáticamente muchas situaciones de tu vida cotidiana.

Aprenderemos a sintetizar algunos procedimientos a través del reconocimiento de patrones que pueden simplificar procesos algorítmicos. A este tipo de resultados, en el caso de la multiplicación entre polinomios, le llamamos producto notable.

Al final reconocerás la relación entre producto y factorización y la emplearemos para abordar contenidos algebraicos.

Desarrollo

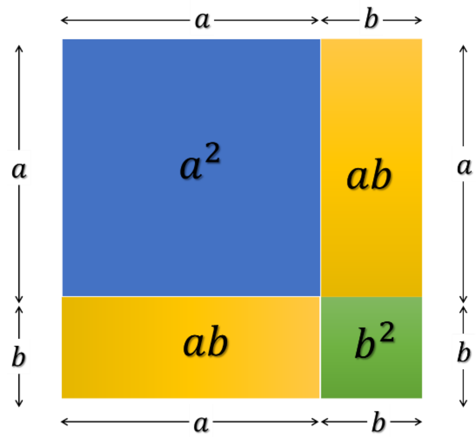
Las actividades que te proponemos te permitirán explorar el concepto de factorización y productos notables a través de múltiples ejemplos de tu entorno cotidiano. Con ello, daremos un paso importante en el desarrollo de técnicas que permitan operar con las fracciones algebraicas.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad 1: Productos notables

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

1. Analiza la siguiente figura:



$$\begin{aligned}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2 &= (\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\\ &= \boldsymbol{a}^2 + \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2\\ &= \boldsymbol{a}^2 + +2\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{b}^2\end{aligned}$$

La expresión $(a+b)^2$ representa, en general, el cuadrado de un binomio. De acuerdo con la ilustración, construir un cuadrado cuyo lado sea $a+b$, es equivalente a obtener 4 secciones cuyas áreas son a^2, dos secciones de área ab y una cuarta sección de área b^2.

La expresión $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ se denomina al cuadrado de un binomio y es equivalente al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer término por el segundo término, más el cuadrado del segundo término. El resultado es un polinomio de tres términos llamado trinomio cuadrado perfecto.

A diferencia de otros productos, el cuadrado de un binomio puede obtenerse de manera directa a través de esta relación. Por ese motivo es llamado producto notable.

Es posible utilizar este resultado para obtener rápidamente expresiones equivalentes al cuadrado de un binomio, por ejemplo:

$$(a+x)^2 = a^2 + 2ax + x^2$$

$$(r+z)^2 = r^2 + 2rz + z^2$$

<u>Ejemplo 1</u>

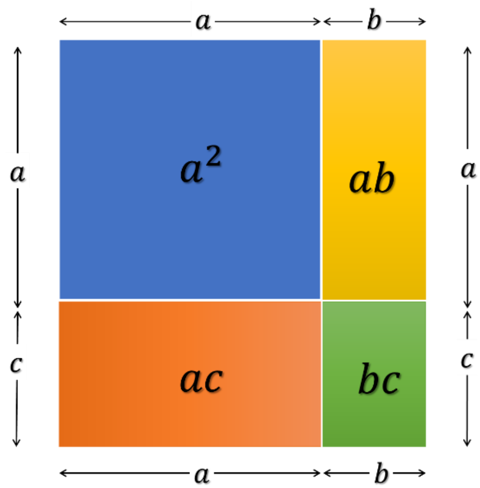
Si los términos del binomio fueran $2x$ y $3n$, el cuadrado de este binomio sería $(2x+3n)^2$
Y su desarrollo se obtiene:
Primer término: $2x$
Segundo término: $3n$
El cuadrado del primer término: $(2x)^2 = 4x^2$
El doble producto del primero por el segundo: $2(2x)(3n) = 2(6xn) = 12xn$
El cuadrado del segundo término: $(3n)^2 = 9n^2$

Entonces $(\mathbf{2x+3n})^{\mathbf{2}} = \mathbf{4x^2+12xn+9n^2}$

Ejemplo 2

Si los términos del binomio fueran $3a^5$ y $-6yz^3$, el cuadrado de este binomio sería $(3a^5+(-6yz^3))^2$
Y su desarrollo se obtiene:
Primer término: $3a^5$
Segundo término$-6yz^3$:,
El cuadrado del primer término: $(3a^5)^2 = 9a^{10}$
El doble producto del primero por el segundo:
$\mathbf{2}(3a^5)(-6yz^3) = 2(-18a^5yz^3) = -36a^5yz^3$
El cuadrado del segundo término: $(-6yz^3)^2 = 36y^2z^6$
Entonces $(3a^5+(-6yz^3))^2 = 9a^{10} - 36a^5yz^3 + 36y^2z^6$

2. Analiza el siguiente esquema de un rectángulo de lados $a+b$ y $a+c$



$$\begin{aligned}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}) &= \boldsymbol{a^2}+\boldsymbol{ab}+\boldsymbol{ac}+\boldsymbol{bc}\\ &= \boldsymbol{a^2}+\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})+\boldsymbol{bc}\end{aligned}$$

La expresión $(a+b)(a+c)$ representa, en general, el producto de binomios con término común. De acuerdo con la ilustración, construir un rectángulo, cuyos lados sean $a+b$ y $a+c$, es equivalente a obtener 4 secciones cuyas áreas son a^2, ab, ac y b^2 respectivamente.

La expresión $(a+b)(a+c) = a^2 + a(b+c) + bc$ significa que el producto de dos binomios con un término en común y es equivalente al cuadrado del término común más el producto del término común con la suma de los términos no comunes, más el producto de los términos no comunes. El producto es un trinomio de la forma x^2+Bx+C

Aquí lo interesante es que basta con identificar los términos no comunes y obtener su suma y su producto por separado. Por ejemplo

$$(a+4)(a+3) = a^2 + 7a + 12$$

Ejemplo 1

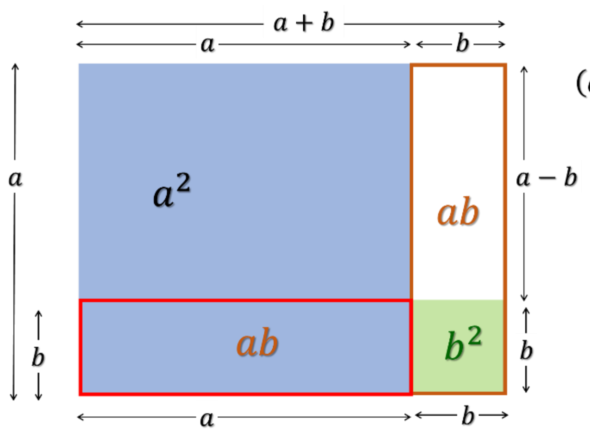
Si los binomios fueran $(n+5)$ y $(n+8)$ entonces:
Término común: n
Términos no comunes: 5 y 8

El cuadrado del término común: n^2
El producto del término común con la suma de los términos no comunes:
$n(5+8)=13n$
El producto de los términos no comunes: 40
Entonces $(n+5)(n+8)=n^2+13n+40$

Ejemplo 2

Si los binomios fueran ($2x-3$) y $(2x+1)$ entonces:
Término común: $2x$
Términos no comunes: -3 y 1
El cuadrado del término común: $(2x)^2=4x^2$
El producto del término común con la suma de los términos no comunes:
$2x(-3+1)=2x(-2)=-4x$
El producto de los términos no comunes: -3
Entonces $(2x-3)(2x+1)=4x^2-4x-3$

3. Observa con atención la siguiente representación:



$$\boldsymbol{(a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2}$$
$$\boldsymbol{= a^2 - b^2}$$

El contorno mayor representa un rectángulo de lados $(a+b)$ y $(a-b)$. El área de este rectángulo ha quedado seccionada en las siguientes partes:

Un cuadrado de área a^2 0
Un rectángulo adicional de área ab
Un rectángulo de área ab dentro del cuadrado inicial.
Un cuadrado de área b^2 dentro del primer rectángulo de área ab.

Es importante identificar que el rectángulo ab dentro del cuadrado, quita área a la figura inicial. Esto en matemáticas se representa como $\boldsymbol{-ab}$

También hay que observar que el cuadrado de área b^2 está dentro del primer rectángulo de área ab. Nuevamente significa un área de $\boldsymbol{-b^2}$.

El binomio $(a+b)$ y el binomio $(a-b)$ se denominan binomios conjugados.

Entonces la expresión $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ indica que el producto de binomios conjugados es una diferencia de cuadrados, Lo interesante del producto de dos binomios conjugados es que el resultado solo consta de la diferencia de dos cuadrados. Por ejemplo: $(a+5)(a-5)=a^2-25$

Ejemplo 1

Si los binomios fueran $(n+8)$ y $(n-8)$ entonces:
Término común: n
Términos conjugados: 8
El cuadrado del término común: n^2
El cuadrado del término conjugado: 64
Entonces $(n+8)(n-8)=n^2-64$

Ejemplo 2

Si los binomios fueran $(4t^3+7rp^5)$ $(4t^3-7rp^5)$ entonces:
Término común: $4t^3$
Términos conjugados: $7rp^5$
El cuadrado del término común: $(4t^3)^2=16t^6$
El cuadrado del término conjugado: $(7rp^5)^2=49r^2p^{10}$
Entonces $(4t^3+7rp^5)(4t^3-7rp^5)=16t^6-49r^2p^{10}$

4. Diseña un esquema en el que sintetices la información de las secciones anteriores y donde expliques con tus propias palabras, los productos notables denominado: trinomio cuadrado perfecto, trinomio de la forma ax^2+Bx+C y la diferencia de cuadrados; así como su relación con el cuadrado de un binomio, el producto de binomios con término común y el producto de binomios conjugados.
   Guarda este esquema en tu portafolio con el nombre de Evidencia 1.

Actividad 2: Factorización

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

5. Analiza la siguiente información:

Obtener un producto de dos polinomios es un proceso algebraico cuya expresión resultante consta, regularmente, de una cantidad de términos igual al producto de los términos de conforman cada factor. Por ejemplo:

$$(2x+3y+1)(5a+2b)=10ax+4xb+15ay+6yb+5a+2b$$

El primer factor consta de 3 términos y el segundo factor de 2. El producto es un polinomio de $3\times 2=6$ términos.

$(2x+3y+1)(5a+2b)$ son los factores y $10ax+4xb+15ay+6yb+5a+2b$ es el producto.

El proceso inverso consiste en que a partir de un producto se determinen los factores. Por ejemplo, dado $10ax+4xb+15ay+6yb+5a+2b$, en álgebra es importante determinar que es equivalente a $(2x+3y+1)(5a+2b)$. A Este proceso se le llama factorización y a la acción de hacerlo se denomina factorar, es decir, convertir en factores.

La factorización requiere habilidades algebraicas consolidadas; sin embargo, cuando tenemos productos notables este proceso se vuelve más fácil de lograr. Por ejemplo, la expresión $x^2 - 3^2$ es una diferencia de cuadrados y está asociada al producto de dos binomios conjugados; por lo tanto, estos binomios son sus factores. Es decir:

$$x^2 - 3^2 = (x+3)(x-3)$$

Si la expresión inicial fuera $a^2 + 6a + 8$, podemos identificar a un trinomio de la forma $x^2 + Bx + C$ que está asociado con el producto de dos binomios con término común. Es decir, estos binomios son sus factores; y la suma de términos no comunes debe ser 6 y su producto 8. Entonces:

$$a^2 + 6a + 8 = (a+4)(a+2)$$

Observa que $4 + 2 = 6$ y $4(2) = 8$

Finalmente, si la expresión inicial fuera un trinomio cuadrado perfecto como $u^2 + 6u + 9$, entonces debemos reconocer los términos del binomio cuyo cuadrado es dicha expresión.

La manera de verificar que es un trinomio cuadrado perfecto es comprobando que el tercer término es cuadrático, en efecto $9 = 3^2$ además $6u$ es el doble de u por 3, entonces $u^2 + 6u + 9 = (u+3)^2 = (u+3)(u+3)$.

En síntesis, para factorar conviene identificar que se trata de un producto notable:

Al *factorar* un trinomio cuadrado perfecto se obtiene el cuadrado de un binomio.
Al *factorar* un trinomio de la forma $x^2 + Bx + C$ se obtiene un producto de binomios con término común.
Al *factorar* una diferencia de cuadrados se obtiene el producto de dos binomios conjugados.

6. Diseña un esquema en el que sintetices la información de esta sección y donde expliques con tus propias palabras el proceso de factorización. Guarda este esquema en tu portafolio con el nombre de Evidencia 2.

Actividad 3: Productos notables y Factorización

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

7. Analiza la información sobre productos notables y comprueba las siguientes equivalencias:
   - $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
   - $(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
   - $(x+6)^2 = x^2 + 12x + 36$
   - $(4x-y)^2 = 16x^2 - 8xy + y^2$
   - $(3x-5y)^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$
   - $(x+4)(x+10) = x^2 + 14x + 40$
   - $(x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$
   - $(x+7)(x+8) = x^2 + 15x + 56$
   - $(x-3)(x+6) = x^2 + 3x - 18$
   - $(2x-4)(2x+10) = 4x^2 + 12x - 40$
   - $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$
   - $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$
   - $(x+7)(x-7) = x^2 - 49$

- $(2x+3)(2x-3)=4x^2-9$
- $(6x+2)(6x-2)=36x^2-4$
- $(2a^2+y)(2a^2-y)=4a^2-y^2$

8. Desarrolla las siguientes expresiones:
   - $(x+11)(x-11)=$
   - $(3x+4)(3x-4)=$
   - $(a+b)(a-b)=$
   - $(x+7)(x+9)=$
   - $(2x+1)(2x+3)=$
   - $(x+5)(x-4)=$
   - $(a+10)^2=$
   - $(b-5)^2=$
   - $(2x-6y)^2=$

9. Factoriza las siguientes expresiones:
   - $x^2+7x+6=$
   - $x^2+10x+16=$
   - $x^2-3x-10=$
   - $x^2+18x+81=$
   - $a^2+10x+25=$
   - $x^2+2xv+v^2=$
   - $x^2-100=$
   - $4x^2-1=$
   - $9x^2-36y^2=$
10. Guarda tus respuestas a estos tres últimos grupos de ejercicios en tu portafolio. Esta será la evidencia 3.

Actividad 4: Fracciones algebraicas

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

11. Analiza la siguiente información:

Una fracción algebraica es una expresión de la forma $\frac{p(x)}{q(x)}$ donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios y además $q(x)$ es distinto de 0. Algunos ejemplos de fracciones algebraicas son:

- $\frac{25x^2+20x+4}{5x+2}$
- $\frac{x^2-9}{x+3}$
- $\frac{x^2+5x+4}{x+4}$
- $\frac{x^5+2x^4+90}{x+1}$

Existen lagunas fracciones algebraicas que se pueden simplificar.

Ejemplo 1
Al analizar $\frac{25x^2+20x+4}{5x+2}$ observamos que el numerador es factorable por $(5x+2)^2$

Entonces la expresión

$$\frac{25x^2 + 20x + 4}{5x + 2} = \frac{(5x + 2)^2}{5x + 2} = \frac{(5x + 2)(5x + 2)}{5x + 2} = 5x + 2$$

Como el numerador es un trinomio cuadrado perfecto, se puede expresar como el cuadrado de un binomio. Uno de los factores del numerador es igual al denominador, por lo que se anulan.

Ejemplo 2

En la expresión $\frac{x^2-9}{x+3}$ es posible reconocer que el numerador es una diferencia de cuadrados que es posible factorar. Entonces:

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{(x + 3)(x - 3)}{x + 3} = x - 3$$

Al igual que en el ejemplo anterior, uno de los factores es equivalente al denominador, por lo que es posible simplificar la fracción algebraica a un binomio.

Ejemplo 3

La expresión $\frac{x^2+5x+4}{x+4}$ tiene por numerador un trinomio factorable. Entonces es posible simplificarlo de la siguiente manera:

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{x + 4} = \frac{(x + 4)(x + 1)}{x + 4} = x + 1$$

Ejemplo 4

En la fracción algebraica $\frac{x^5+2x^4+90}{1-x}$ no hay factores comunes en el numerador y denominador, por lo que no es posible simplificar. A este tipo de fracciones se les llama fracciones irreducibles.

12. En los siguientes ejemplos, identifica si se trata de una fracción reducible o irreducible. En el caso de ser una fracción reducible, simplifica la expresión.

    - $\frac{(x+3)(x^2-4)}{(x+3)(x+2)}$
    - $\frac{x^2+6x+9}{x+3}$
    - $\frac{1}{x+3}$
    - $\frac{(x+1)(x-1)}{x^2-1}$
    - $\frac{(x+1)(x-1)(x+2)}{x^2+4x+4}$

13. Guarda tus respuestas a estos tres últimos grupos de ejercicios en tu portafolio. Esta será la evidencia 4.

Actividad 5: Encuentra el error

Puntuación máxima por obtener. 10
Tiempo: 1 día

14. Analiza el siguiente proceso de simplificación de una fracción algebraica:

En el desarrollo ha habido una serie de errores. ¿Los puedes identificar?

$$\frac{x(x^2+2x+1)}{x^1-1}=\frac{x(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}$$

$$=\frac{x(x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$=\frac{x(x+1)}{(x+1)}$$

$$=x$$

15. Encuentra el error en la siguiente simplificación:

$$\frac{(x^2+11x+30)(x-6)}{x^2+36}=\frac{(x+5)(\boldsymbol{x+6})(\boldsymbol{x-6})}{x^2+36}$$

$$=\frac{(x+5)(x^2+36)}{x^2+36}$$

$$=(x+5)$$

16. Realiza la simplificación correcta de los ejercicios 14, 15. Descríbelo en una hoja e identifica el momento exacto en que se presenta el error de los ejercicios anteriores. Guarda tu actividad en el portafolio. Será la <u>evidencia 5</u>.

Sugerencias de estudio

Observa que cada actividad tiene diferentes estrategias de aprendizaje. Te sugerimos que realices cada una de ellas con verdadero empeño y honestidad. El propósito es que desarrolles una autonomía real para el estudio y el aprendizaje. Una estrategia de estudio llamada L^2SER^2, consiste en lo siguiente:

Lectura rápida del tema
Capta el contenido general de la lectura:

- Título del tema.
- Subtema.
- Apartados.

Plantea preguntas.

- ¿Qué sé del tema?
- ¿Qué no sé del tema?
- ¿Qué me pueden preguntar del tema?

Lectura atenta y comprensión
Lee con detenimiento para responder las preguntas anteriores.
En este momento ya tienes una idea general del contenido del tema. Ahora trata de:

- Detectar las ideas principales.
- Descubrir su encadenamiento lógico.
- Comprender su relación.

Subrayar
Detecta ideas principales.

- Subraya solo lo más importante. Se trata de subrayar palabras, frases y datos que contiene lo fundamental.
- Anota en el margen la palabra clave.

Esquematizar
Sintetiza y organiza la información
Se trata de hacer una síntesis de lo subrayado en forma de ideas (palabras-clave, expresiones) y frases cortas; ello facilitará el estudio y el repaso para los exámenes.

Recitar
Mentalmente repasa el contenido. En voz alta repite el esquema remarcando ideas importantes.
Recita cada apartado de la siguiente forma:

- Mentalmente.
- Sin libro ni apuntes.
- Recita el contenido de cada pregunta.

Repasar
Repite el tema o el esquema de memoria y en voz alta.
Repasa todo el tema:

- Primero, dando un vistazo rápido a tu esquema
- Luego, sin mirar los esquemas y en voz alta si es posible.
- Repasa las preguntas en orden distinto al estudiado, alternándolas y estableciendo las conexiones y relaciones que tienen entre sí.

Evaluación

Evidencia 1: Esquema sobre productos notables.
Evidencia 2: Esquema sobre factorización.
Evidencia 3: Ejercicios sobre productos notables y factorización.
Evidencia 4: Ejercicios que involucran fracciones algebraicas.
Evidencia 5: Identificación de errores de procedimiento.

La ponderación de las evidencias es:
Evidencia1: 10 puntos.
Evidencia 2: 10 puntos.
Evidencia 3: 10 puntos.
Evidencia 4: 10 puntos.
Evidencia 5: 10 puntos.

Puntaje máximo: 50 (será equivalente al 100% de le evaluación sumativa de este bloque)

Anexos

Fuentes de consulta

1. Libro de texto Matemáticas I
   https://74925997-a467-4dbd-922b-f1856eda5b3e.filesusr.com/ugd/d920c8_008338c7796b4d4a8abd6922042c41d1.pdf
2. Video de apoyo para el cuadrado de un binomio
   https://www.youtube.com/watch?v=YU6e5WQtT9c&t=431s
3. Video de apoyo para la diferencia de cuadrados
   https://www.youtube.com/watch?v=dhuCmsqfF7w
4. Video de apoyo para el producto de binomios con término común
   https://www.youtube.com/watch?v=180D4e9BzbA
5. Video de apoyo para Factorización
   https://www.youtube.com/watch?v=1KHJDwbEHms
6. Video de apoyo para Fracciones algebraicas
   https://www.youtube.com/watch?v=5kIP54tbI6U

BLOQUE VI. Ecuaciones lineales científico.

Introducción

Aprendizaje esperado: Resuelve problemas de forma colaborativa, mediante el uso de métodos gráficos y/o analíticos para ecuaciones lineales, siendo perseverante y reflexivo en la generación de alternativas de solución.

Día a día nos enfrentamos a situaciones a las que hay que darle solución, las resolvemos de acuerdo con nuestros intereses y necesidades, pensamos y después actuamos. Ahora bien, las matemáticas ofrecen muchas herramientas que nos ayudan a resolver este tipo de problemas de una forma eficiente y adecuada.

Resolver problemas es algo común y necesario en la vida del hombre, por lo que es importante reflexionar en los procesos que seguimos cuando enfrentamos una situación o un problema. La mayoría de los problemas se pueden plantear de forma matemática, después, elegir una formula o método de solución, y, por último, resolverlos. En este bloque aprenderás a resolver problemas utilizando ecuaciones matemáticas de grado uno y se usarán problemas de nuestro contexto para entender bien la aplicación de este tema. Dichos problemas podrán tener una, dos o hasta tres incógnitas.

Para este bloque es importante dominar las operaciones algebraicas, para que se cumpla la meta de desarrollar el pensamiento lógico-matemático para proponer soluciones de la vida cotidiana.

Desarrollo

Evaluación Diagnostica

Para iniciar este bloque será oportuno que descubras cuáles son los saberes que tendrás que reforzar a lo largo del bloque:

1. Transforma la siguiente expresión al lenguaje algebraico y resuelve:
   El triple de un número más su tercera parte es 70. ¿Qué número es?
2. Resuelve las siguientes ecuaciones de grado 1:
   $9x + 8 = 35$
   $3x - 6 = 8 - 4x$
   $2x - 9 = 9 - 7x$

Es necesario que preguntes al personal docente la fecha de entrega.

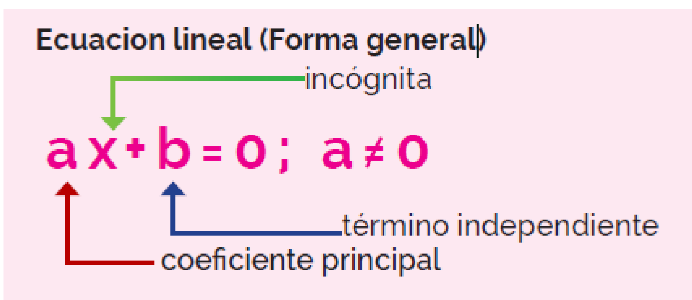
El contenido del bloque es el siguiente: Ecuaciones lineales.
• Una variable.
• Dos variables.
• Tres variables.

A continuación, se explicará en qué consiste cada una y como resolverlas.

Ecuaciones lineales con una incógnita

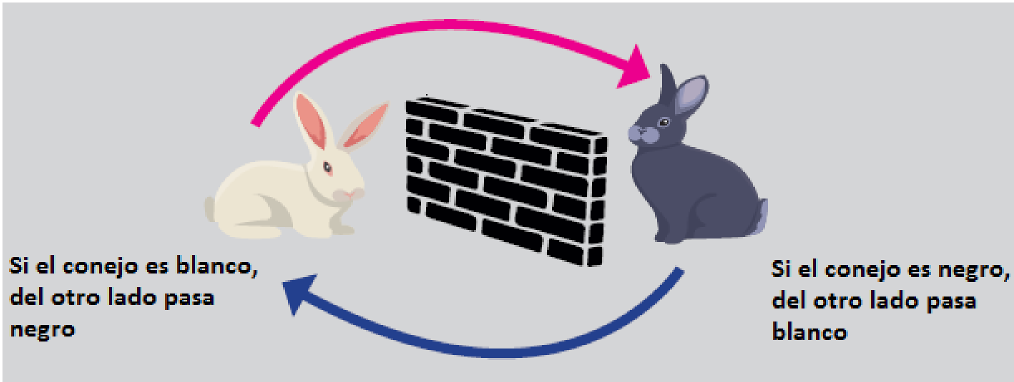
Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas llamados miembros, donde la incógnita debe tener exponente uno y el objetivo es encontrar su valor, por lo que se debe tener las siguientes consideraciones:

1er. miembro = 2do. Miembro



Toda ecuación de primer grado con dos incógnitas tiene una infinidad de soluciones, todos los puntos que representan una solución a la ecuación forman una línea recta.

Para encontrar el valor de la “incógnita” lo que vamos a hacer es: pasar uno por uno los números que están al lado izquierdo del signo “IGUAL” para el lado derecho “CON LA OPERACIÓN CONTRARIA” y hacer las operaciones correspondientes.



Nota en el siguiente ejemplo cómo las flechas de color rojo muestran la operación contraria al pasar del lado opuesto, mientras que las de color verde únicamente implican simplificación:

$$6 + 9x - 15 + 21x = -2x + 1$$

$$9x + 21x + 6 - 15 = -2x + 1$$

$$30x \quad -9 \quad = -2x + 1$$

En estos 2 casos los términos están restando, así que pasan sumando

$$30x + 2x \quad = 1 + 9$$

$$32x \quad = 10$$

Nótese que el 32 está multiplicando así que pasa dividiendo

$$x = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

En el siguiente ejemplo se muestra nuevamente una ecuación lineal de una incógnita y se ve el procedimiento para resolverlo:

$$-2(3x - 2) = -2$$

$$-2 \cdot 3x - 2 \cdot (-2) = -2$$

$$-6x + 4 = -2$$

$$-6x = -2 - 4$$

$$-6x = -6$$

Observa que el -6 estaba MULTIPLICANDO, así que pasa DIVIDIENDO

$$x = \frac{-6}{-6} = 1$$

Ejemplo aplicativo
Un número y su quinta parte suman 18. ¿Cuál es el número?
x = el número buscado. (definición de la incógnita)
Su quinta parte es $\frac{x}{5}$ (transformación al lenguaje algebraico).
$x + \frac{x}{5} = 18$ (es el planteamiento de la ecuación).

Resolvemos la ecuación:

$5(x + \frac{x}{5} = 90)$

$5x + x = 90$

$6x = 90$

$x = \frac{90}{6}$

$x = 15$

Observa que el 6 estaba MULTIPLICANDO, así que pasa DIVIDIENDO

Ecuaciones lineales con dos incógnitas

En el “Sistema de 2 ecuaciones de 1er grado con 2 incógnitas”, el objetivo es: encontrar los valores de éstas 2 variables. Existen varios métodos para su solución, entre los cuales están los llamados gráfico, sustitución, igualación, reducción (suma y resta) y Determinantes (Regla de Kramer), sin embargo, únicamente se enseñará a usar el método de Reducción y de determinantes.

- Método de Reducción

Regla: eliminar una de las 2 variables multiplicando una o las 2 ecuaciones por un factor o factores que hagan que la suma de una de las variables sea cero y despejar la variable restante para obtener su valor, posteriormente, sustituir el valor encontrado en una de las ecuaciones originales y obtener el valor de la segunda variable.

Ejemplo:

Ejem:

$x - y = 5$ (1)

$3x + 2y = 5$ (2)

$2(x - y = 5)$

$3x + 2y = 5$

$5x = 15$

$x = \frac{15}{5}$

$\therefore x = 3$

Sustituyendo x=3, en (1)

$3 - y = 5$

$-y = 5 - 3$

$\therefore y = -2$

Comprobación en (2)

$3(3) + 2(-2) = 5$

$9 - 4 = 5$

$5 = 5$

Ejemplo:

Ejem: $\begin{cases} 5x + 2y = 2 & (1) \\ 4x + 3y = -4 & (2) \end{cases}$

$$-3(5x + 2y = 2)$$
$$2(4x + 3y = -4)$$

$$-15x - 6y = -6$$
$$8x + 6y = -8$$

$$-7x = -14$$
$$x = \frac{-14}{-7}$$

Sustituyendo $x = 2$, en (1)

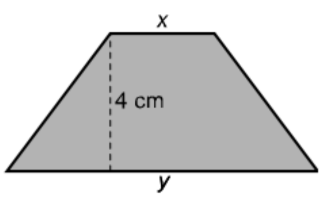
$$5(2) + 2y = 2$$
$$2y = 2 - 10$$
$$y = \frac{-8}{2}$$
$$\therefore y = -4$$

Comprobación en (2)

$$4(2) + 3(-4) = -4$$

Ejemplo (aplicativo): La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm2. Calcula la longitud de sus dos bases**.**

Solución: Llamamos x a la base menor e y a la base mayor.



$$\left.\begin{aligned} y &= 3x \\ \frac{4(x+y)}{2} &= 24 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} y &= 3x \\ 2(x+y) &= 24 \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} y &= 3x \\ 2(x+y) &= 24 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} y &= 3x \\ x+y &= 12 \end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned} -y &= -3x \\ x+y &= 12 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} 4x &= 12 \\ x &= 3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} y &= 3x \\ y &= 3(3) \\ y &= 9 \end{aligned}$$

$$\underline{x = 12 - 3x}$$

- Método de determinantes

Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_1 \end{cases}$

y sus determinantes son:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \qquad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

donde: Δ = determinante del sistema

Δx y Δy = determinantes en "x" y "y"

Ejemplo
4x+7y = 31
x - 3y = -16

$$x=\frac{\begin{vmatrix}31 & 7\\ -16 & -3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}4 & 7\\ 1 & -3\end{vmatrix}}=\frac{31(-3)-(-16)(7)}{4(-3)-1(7)}=\frac{-93+112}{-12-7}=\frac{19}{-19}=-1$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}4 & 31\\ 1 & -16\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}4 & 7\\ 1 & -3\end{vmatrix}}=\frac{4(-16)-(31)(1)}{4(-3)-1(7)}=\frac{-64-31}{-12-7}=\frac{-95}{-19}=5$$

Ecuaciones lineales con tres incógnitas

El llamado “sistema de ecuaciones de 1° grado con 3 incógnitas”: el objetivo es encontrar los valores de éstas 3 variables. Los métodos para su solución son: “Reducción” (Suma y Resta) y “Determinantes” (Regla de Cramer). Sin embargo, solo se enseñará el método de determinantes.

Dado el sistema de ecuaciones:

$$a_1x+\ b_1y+c_1z=d_1$$
$$a_2x+\ b_2y+c_2z=d_2$$
$$a_3x+\ b_3y+c_3z=d_3$$

Realizar los pasos siguientes:
1. Se escribe el determinante de tres por tres.
2. Debajo de la tercera fila horizontal se repiten las dos primeras filas horizontales.
3. Se trazan 3 diagonales de derecha a izquierda y 3 de izquierda a derecha.
4. Se multiplican entre sí los tres números por los que pasa cada diagonal.
5. Los productos de los números que están en las diagonales trazadas de izquierda a derecha se escriben con su propio signo y los de derecha a izquierda con el signo cambiado.

Determinantes

$$x=\frac{\Delta x}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}d_1 & b_1 & c_1\\ d_2 & b_2 & c_2\\ d_3 & b_3 & c_3\\ d_1 & b_1 & c_1\\ d_2 & b_2 & c_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\\ a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\end{vmatrix}}\qquad y=\frac{\Delta y}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}a_1 & d_1 & c_1\\ a_2 & d_2 & c_2\\ a_3 & d_3 & c_3\\ a_1 & d_1 & c_1\\ a_2 & d_2 & c_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\\ a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\end{vmatrix}}\qquad z=\frac{\Delta z}{\Delta}=\frac{\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & d_1\\ a_2 & b_2 & d_2\\ a_3 & b_3 & d_3\\ a_1 & b_1 & d_1\\ a_2 & b_2 & d_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\\ a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\end{vmatrix}}$$

Donde: Δ = determinante del sistema
Δx, Δy y Δz= determinantes en "x" , "y" y "z"

Ejemplo

Resuelva el sistema $\begin{cases} 10\,x - 5\,y + 3\,z = 9 \\ -5\,x - 7\,y - 9\,z = 9 \\ 5\,x + 3\,y + 7\,z = -7 \end{cases}$ Generar Sistema

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & -5 & 3 & 10 & -5 \\ -5 & -7 & -9 & -5 & -7 \\ 5 & 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix} = [(-490) + (225) + (-45)] - [(-105) + (-270) + (175)] = (-310) - (-200) = -110$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 9 & -5 & 3 & 9 & -5 \\ 9 & -7 & -9 & 9 & -7 \\ -7 & 3 & 7 & -7 & 3 \end{vmatrix} = [(-441) + (-315) + (81)] - [(147) + (-243) + (-315)] = (-675) - (-411) = -264$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 10 & 9 & 3 & 10 & 9 \\ -5 & 9 & -9 & -5 & 9 \\ 5 & -7 & 7 & 5 & -7 \end{vmatrix} = [(630) + (-405) + (105)] - [(135) + (630) + (-315)] = (330) - (450) = -120$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 10 & -5 & 9 & 10 & -5 \\ -5 & -7 & 9 & -5 & -7 \\ 5 & 3 & -7 & 5 & 3 \end{vmatrix} = [(490) + (-225) + (-135)] - [(-315) + (270) + (-175)] = (130) - (-220) = 350$$

$x = \dfrac{\Delta_x}{\Delta} = \dfrac{-264}{-110} = \dfrac{12}{5}$ $\quad y = \dfrac{\Delta_y}{\Delta} = \dfrac{-120}{-110} = \dfrac{12}{11}$ $\quad z = \dfrac{\Delta_z}{\Delta} = \dfrac{350}{-110} = \dfrac{-35}{11}$

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad. 1. Transforma las siguientes expresiones al lenguaje algebraico. Usa la información de este mismo cuadernillo. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

- Si x representa la longitud de un camino en kilómetros, ¿qué expresión algebraica representa la longitud que nos queda por recorrer si hemos recorrido ya 4 km?
- Si z es la edad de mi hermana en la actualidad y la mía actualmente es el doble de su edad cuando ella tenía 3 años menos, ¿qué expresión algebraica representa mi edad?

Actividad 2. Transforma las siguientes expresiones al lenguaje algebraico. Resuelve dicha ecuación resultante de una incógnita. Usa la información de este mismo cuadernillo. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

- En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 12° mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?
- Si a un número le quito la mitad de dicho número y después le sumo la tercera parte me da 1. ¿Qué número es?

Actividad 3. Transforma las siguientes expresiones al lenguaje algebraico. Resuelve dichas ecuaciones resultantes de dos incógnitas. Use la información de este mismo cuadernillo. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

- El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.
- Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Actividad 4. Transforma la siguiente expresión a lenguaje algebraico. Resuelve dichas ecuaciones resultantes de tres incógnitas. Use la información de este mismo cuadernillo. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

- Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156€ por 24 litros de leche, 6 kilogramos de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kilogramo de jamón cuesta igual que 4 litro de aceite más 4 litro de leche.

Ejercicios de retroalimentación

Actividad 5. Transforma las siguientes expresiones a lenguaje algebraico. Resuelve dicha ecuación resultante de una incógnita. Usa la información de este mismo cuadernillo. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

- El número de mesas en un salón de clase es el doble del número de sillas más 6 si en el salón hay 36 muebles entre mesas y sillas. ¿Cuántas mesas y sillas hay?

Nota: Si tus circunstancias te lo permiten, puedes buscar más ayuda en el siguiente vínculo: https://www.youtube.com/watch?v=IHblqjW8RY8

También puedes buscar el siguiente libro en la biblioteca de la escuela: SALINAS, D Y SALINAS G. (2019). *Matemáticas I*. Ciudad de México, México, Excelencia Educativa.

Actividad 6. Transforma las siguientes expresiones al lenguaje algebraico. Resuelve dichas ecuaciones resultantes de dos incógnitas. Usa la información de este mismo cuadernillo. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

- El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quíntuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.
- Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

Nota: Si tus circunstancias te lo permiten, puedes buscar más ayuda en el siguiente vínculo: https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ

También puedes buscar el siguiente libro en la biblioteca de la escuela: SALINAS, D Y SALINAS G. (2019). *Matemáticas I*. Ciudad de México, México, Excelencia Educativa

Actividad final: Elige un problema de tu vida que lo puedas representar en una (s) ecuación (es), plantéalo en un lenguaje verbal y después resuélvelo algebraicamente. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

Nota importante: La entrega de estas actividades se recibirá en hojas blancas. La fecha de entrega debe de ser señalada por el personal docente que te fue asignado.

Sugerencias de estudio

Lee detenidamente todo el tema. Recuerda que puedes pedir ayuda al personal docente que te fue asignado en el momento de la entrega de los trabajos para la retroalimentación. También puedes pedir libros de Matemáticas 1 en la biblioteca.

Evaluación

Rubrica para cada uno de los ejercicios. El valor de cada uno de los ejercicios es de 2%.

Categoría	Bueno (7)	Suficiente (5)	Insuficiente (2)	Total
Lenguaje algebraico	Transformó la oración del lenguaje verbal al algebraico de una forma correcta.	Transformó la oración del lenguaje verbal al algebraico, pero no es la forma correcta.	No existe una transformación a lenguaje algebraico.	
Procedimiento	Usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Usa una estrategia no efectiva para resolver problemas.	No existe un procedimiento o usa un procedimiento no lógico.	
Resultado	Se llegó al resultado correcto.	No se llegó al resultado correcto por un problema dentro del procedimiento.	No terminó el ejercicio.	
			Sumatoria.	
			Calificación del ejercicio.	Sumatoria /10.5

Anexos

Fuentes de consulta impresas

- BALDOR, A, (2006), *Ecuaciones simultaneas con tres o más incógnitas,* D.F. México, Ultra.
- SALINAS, D Y SALINAS G, (2019) *Bloque 6: Ecuaciones lineales.* Ciudad de México, México, Excelencia Educativa.
- DURAZO et. Al.(2016) *Resuelve ecuaciones lineales.* Hermosillo, Sonora, SEP.

Fuentes de consulta en línea

- https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/algebra_angel_cap4.pdf
- http://www.unl.edu.ar/ingreso/cursos/matematica/wp-content/uploads/sites/7/2017/07/M%C3%B3dulo-5-Sistemas-de-ecuaciones.pdf
- https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-9-14_RESOURCE/U14_L3_T1_text_final_es.html

Introducción

Aprendizaje esperado: Desarrolla estrategias de manera crítica para el planteamiento y la solución de problemas de su contexto.

La materia de Matemáticas I tiene como propósito promover el desarrollo de tu pensamiento lógico-matemático, mediante el uso de la aritmética, el álgebra, la probabilidad y la estadística. Esto te permitirá proponer alternativas de solución a problemas tomados de tu vida cotidiana, desde diversos enfoques, tales como el determinista o el aleatorio. Para lograr los aprendizajes esperados en este bloque se considera el conocimiento previo: como lo es el lenguaje algebraico, la ley de los exponentes, entre otros.

El tema de las ecuaciones lineales del Bloque VI contiene varias actividades que te permitirá externar tu pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria. De este modo, podrás desarrollar estrategias de manera critica para plantear soluciones a problemas propios de tu contexto. Asimismo, podrás representar las variables de un problema en tu contexto, y con esto dar alternativas de solución, por ejemplo: Ana tiene el triple de edad que su hijo Jaime. Dentro de 15 años, la edad de Ana será el doble que la de su hijo. ¿Cuántos años más que Jaime tiene su madre? Para el ejemplo anterior tenemos una ecuación de dos variables, para la cual podrás aplicar el método que más te ayude a solucionar el problema.

Sabemos que estamos pasando por momentos que nadie esperaba, por tal motivo es recomendable que puedas repasar ciertos temas con la finalidad de recordar los conocimientos con los cuales ya cuentas. Una forma de hacerlo es con la ayuda de videos, tutoriales y/o asesorías en línea en alguna plataforma.

Desarrollo

Conocerás e identificarás los elementos más importantes de las ecuaciones lineales, los que las componen y el por qué el nombre de cada una de ellas. Esto lo harás a través de la lectura, la interpretación y su aplicación. Para ello se han incorporado algunos vínculos, ejercicios, presentaciones, tutoriales, etc. En caso de que no cuentes con una conexión a internet, lo podrás realizar a través de esta guía.

Desarrollo Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

El tiempo estimado para realizar esta serie de actividades es, aproximadamente, de dos sesiones de 60 minutos.

Evaluación diagnóstica
Antes de iniciar y para que conozcas qué tanto sabes de las ecuaciones lineales, resuelve los siguientes ejercicios:

Selecciona la respuesta correcta de los siguientes cuestionamientos que se te presentan.

1. ¿Cuál es el método donde se despeja una variable de la primera ecuación y se sustituye en la segunda??

a) Sustitución. b) Igualación. c) Suma – Resta. d) Determinantes.

2. Este método consiste en despejar una variable en la primera ecuación y en la segunda para después igualarlas.

a) Sustitución. b) Igualación. c) Suma – Resta. d) Determinantes.

3. Es el método que consiste en multiplicar una de las dos ecuaciones por algún número para que al sumar o restar las dos ecuaciones se cancele una variable.

a) Sustitución. b) Igualación. c) Suma – Resta. d) Determinantes.

4. Es el método que consiste en encontrar la determinante de X y de Y, y la del sistema.

a) Sustitución. b) Igualación. c) Suma – Resta. d) Determinantes.

5. Es una igualdad entre dos expresiones algebraicas en las que aparece una o más incógnitas.

a) Ecuación. b) Lenguaje algebraico c) Variable d) Incógnita

6. Este valor, si existe, representa al número (o números) que hace que la igualdad sea verdadera. Es la solución de la ecuación.

a) Ecuación b) Lenguaje algebraico c) Variable d) Incógnita.

Resuelve cada uno de los ejercicios que se te presentan a continuación, es importante hacer el procedimiento de cada uno de ellos.

1. Cuál es el valor de la “x” en la siguiente ecuación. $2x - 4 = 5x + 2$.

2. Cuál es el valor de la “y” en la siguiente ecuación. $2y + 3y +5y = 20$.

3. En la ecuación $x-2y = 3$ existe una solución donde el valor de $x= 5$, ¿cuál es el valor de “y”?

a) −2 b) 1 c) 3 d) 0

4. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones de dos incógnitas. Puedes utilizar cualquier método algebraico.

a) $x - 5y = 6$

b) $2x + 3y = -2$

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones de dos incógnitas, puedes utilizar cualquier método algebraico.

a) $3x + y = 4$

b) $2x + y = 2$

Actividad 1

1. ¿Qué es una ecuación?
2. ¿A qué nos referimos al decir "una incógnita" en una ecuación?

Partes de una ecuación.
Las ecuaciones están formadas por diferentes elementos.

- Cada ecuación tiene dos miembros, y estos se separan mediante el uso del signo igual (=).
- Cada miembro está conformado por términos, que corresponden a cada uno de los monomios.
- Los valores de cada monomio de la ecuación pueden ser:
    - Constantes.
    - Coeficientes.
    - Variables.
    - Funciones.
    - Vectores.

Ejemplo:

$$x+2 = 2x-1$$

Si x = 0:

$$X + 2 = 2x - 1$$
$$0+2=2(0)-1$$

$$2=0-1$$
$$2\neq -1$$

Si x = 3:

$$X + 2 = 2x - 1$$
$$3+2=2(3)-1$$
$$5=6-1$$
$$5 = 5$$

La solución de la ecuación es <u>x = 3.</u>

Tipos de ecuaciones
Existen diferentes tipos de ecuaciones de acuerdo con su función, conozcamos cuáles son.

Ecuaciones algebraicas
Las ecuaciones algebraicas, que son las fundamentales, se clasifican o subdividen en los diversos tipos que se describen a continuación.
a. Ecuaciones de primer grado o ecuaciones lineales
b. Ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas
c. Ecuaciones de tercer grado o ecuaciones cúbicas
d. Ecuaciones de cuarto grado

Un sistema de ecuaciones lineales usualmente tiene una sola solución, pero a veces puede no tener ninguna (rectas paralelas) o un número infinito (misma recta).
Una solución: Un sistema de ecuaciones lineales tiene una solución cuando las gráficas se intersecan en un punto.

Sin solución: Un sistema de ecuaciones lineales no tiene solución cuando las gráficas son paralelas.

Soluciones infinitas: Un sistema de ecuaciones lineales tiene soluciones infinitas cuando las gráficas son exactamente la misma recta.

3. Responde las siguientes preguntas:

- ¿Todas las ecuaciones tienen solución?
  ____.
- ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación?
  ____.
- ¿Cuántos tipos de ecuaciones hay?
  ____.
- ¿Puede haber más de una incógnita?
  ____.

Para reafirmar lo estudiado, revisa el material de apoyo que encontrarás más abajo, en Sugerencias de estudio.

Si tienes la posibilidad y cuentas con algún servicio de internet, revisa los vínculos que se encuentran en el apartado de anexos, para que te apoyes en la realización de tu actividad. Te ayudarán a comprender cómo desarrollar la actividad. Recuerda que esta actividad la realizarás de manera individual y tu maestra o maestro te indicará cómo debes entregarla:
- Carga de archivo en una plataforma (Classroom, Moodle, etc.)
- Envió de archivo por correo electrónico.
- Imagen en WhatsApp.
- Impresión de archivo.

El tiempo estimado para realizar la actividad es aproximadamente de 60 minutos. La actividad puede tener un valor porcentual dentro del apartado de actividades, que en su totalidad dicho apartado puede tener un valor del 40% o el que estime conveniente tu maestra o maestro.

Actividad 2

Esta actividad busca que logres identificar y nombrar los diferentes tipos de ecuaciones de acuerdo con sus características.

Analiza el siguiente cuadro:

Denominación de una ecuación según el grado y número de incógnitas		
Ecuación	Descripción	Nombre
$-3x+8=9$	Ecuación de grado uno con una incógnita.	Ecuación lineal
$X^2+3x=9$	Ecuación de grado dos con una incógnita.	Ecuación cuadrática
$x-7y=9$	Ecuación de grado uno con dos incógnitas	Ecuación de dos incógnitas
$X^3-8=0$	Ecuación de grado tres con una incógnita.	Ecuación cúbica
$x-5y+z=4$	Ecuación de grado uno con tres incógnitas.	Ecuación lineal con tres incógnitas

Ejercicios. Lee con atención los siguientes planteamientos y responde a lo que se te solicita en cada caso.

1. Las siguientes ecuaciones representan una relación entre cantidades, observa y completa lo siguiente:

Situación	Ecuación	Grado	Nombre
El volumen de un prisma rectangular	3+2=9		
Costo del producto	=3000+20		

2. Identifica la ecuación de grado uno con una incógnita que represente el triple de edad de Juan menos la edad de su hermano de 18 años es igual a 9.

a) x3 – 18 = 9 **b) 3x – 18 = 19** **c) 9 = 18 - 3x**

Si tienes la posibilidad y cuentas con algún servicio de internet, revisa los vínculos que se encuentran en el apartado de anexos, para que te apoyes en la realización de tu actividad. Te ayudarán a comprender cómo desarrollar la actividad. Recuerda que esta actividad la realizarás de manera individual y tu maestra o maestro te indicará cómo debes entregarla:

- Carga de archivo en una plataforma (Classroom, Moodle, etc.)
- Envió de archivo por correo electrónico.
- Imagen en WhatsApp.
- Impresión de archivo.

El tiempo estimado para realizar la actividad es aproximadamente de 60 minutos. La actividad puede tener un valor porcentual dentro del apartado de actividades, que en su totalidad dicho apartado puede tener un valor del 40% o el que estime conveniente tu maestra o maestro.

La actividad puede tener un valor porcentual dentro del apartado de actividades, que en su totalidad dicho apartado puede tener un valor del 40% o el que estime conveniente tu maestra o maestro.

Actividad 3

A continuación, desarrolla las siguientes ecuaciones lineales. Para cada una de ellas deberás realizar el procedimiento correspondiente. Utiliza el siguiente ejemplo como referencia para realizar el ejercicio:

$$2 - x = x - 8$$

Para resolver la ecuación, debemos pasar los monomios que tienen la incógnita a un lado de la igualdad y los que no tienen la incógnita al otro lado.

Como 8 está restando en la derecha, pasa sumando al lado izquierdo: $2 - x + 8 = x$

Como x está restando en la izquierda, pasa restando a la derecha: $2 + 8 = x + x$

Ahora que ya tenemos separados los monomios con y sin la incógnita, podemos sumarlos. En la izquierda, sumamos 2+8 y, en la derecha, x + x: $10 = 2x$

Para ver con claridad el paso siguiente, escribimos 2x como un producto: $10 = 2 \cdot x$

Para terminar, debemos pasar el coeficiente de la incógnita (el número 2 que multiplica a x) al lado izquierdo. Como el número 2 está multiplicando, pasa dividiendo: $\frac{10}{2} = x$

Simplificando la fracción $5 = x$

Para comprobar la solución, sustituimos x por 5 en la ecuación

$$\begin{array}{c} 2 - x = x - 8 \\ \downarrow \\ 2 - 5 = 5 - 8 \\ \downarrow \\ -3 = -3 \end{array}$$

Como hemos obtenido una igualdad verdadera (-3 es igual a -3), la solución es correcta. Si, por el contrario, hubiéramos cometido un error si la igualdad fuera falsa.

Actividad 3.1

Ahora, desarrolla los siguientes ejercicios:

a) 5 + 6x = 2

b) 5y + 1 = 6

c) 4b - 2 = -18

d) x + 8 = 3x + 1

e) 3x - 7 = 5x + 3

f) 3x - 1 = x – 11

Actividad 3.2

1. En una tienda de ropa se pusieron en oferta guantes y chamarras. El primer día se vendieron 6 pares de guantes y 7 chamarras, sumando la cantidad de $1850.El segundo día se venden 8 pares de guantes y 4 chamarras con un monto de $1050. ¿Cuál es el precio de cada par de guantes y de chamarras?

Si tienes la posibilidad y cuentas con algún servicio de internet, revisa los vínculos que se encuentran en el apartado de anexos, para que te apoyes en la realización de tu actividad. Te ayudarán a comprender cómo desarrollar la actividad. Recuerda que esta actividad la realizarás de manera individual y tu maestra o maestro te indicará cómo debes entregarla:

- Carga de archivo en una plataforma (Classroom, Moodle, etc.)
- Envió de archivo por correo electrónico.
- Imagen en WhatsApp.
- Impresión de archivo.

El tiempo estimado para realizar la actividad es aproximadamente de 60 minutos. La actividad puede tener un valor porcentual dentro del apartado de actividades, que en su totalidad dicho apartado puede tener un valor del 40% o el que estime conveniente tu maestra o maestro.

La actividad puede tener un valor porcentual dentro del apartado de actividades, que en su totalidad dicho apartado puede tener un valor del 40% o el que estime conveniente tu maestra o maestro.

Sugerencias de estudio

¿Qué es una ecuación?

Una ecuación en matemáticas se define como una igualdad establecida entre dos expresiones, en la cual puede haber una o más incógnitas que deben ser resueltas.

Las ecuaciones sirven para resolver diferentes problemas matemáticos, geométricos, químicos, físicos o de cualquier otra índole, que tienen aplicaciones tanto en la vida cotidiana como en la investigación y desarrollo de proyectos científicos.

Las ecuaciones pueden tener una o más incógnitas, también puede darse el caso de que no tengan ninguna solución o de que tengan más de una solución.

¿A qué nos referimos al decir "una incógnita" en una ecuación?

La incógnita
La "*x*" representa al número o números, si existe, que hace que la igualdad sea verdadera, este número desconocido es la solución de la ecuación. Al cambiar la *x* por la solución, la igualdad debe ser cierta.

Ejemplo:

$$\mathbf{x+2 = 2x-1}$$

Si x = 0:

$$\mathbf{X + 2 = 2x - 1}$$

$$0+2=2(0)-1$$

$$2=0-1$$

$$2\neq-1$$

Si x = 3:

$$\mathbf{X + 2 = 2x - 1}$$

$$3+2=2(3)-1$$

$$5=6-1$$

$$5 = 5$$

La solución de la ecuación es x = 3.

Partes de una ecuación

Las ecuaciones están formadas por diferentes elementos. Veamos cada uno de ellos. Cada ecuación tiene dos miembros, y estos se separan mediante el uso del signo igual (=). Cada miembro está conformado por términos, que corresponden a cada uno de los monomios.

Los valores de cada monomio de la ecuación pueden ser

- Constantes.
- Coeficientes.
- Variables.
- Funciones.
- Vectores.

Las incógnitas, es decir, los valores que se desean encontrar se representan con letras, veamos un ejemplo de ecuación.

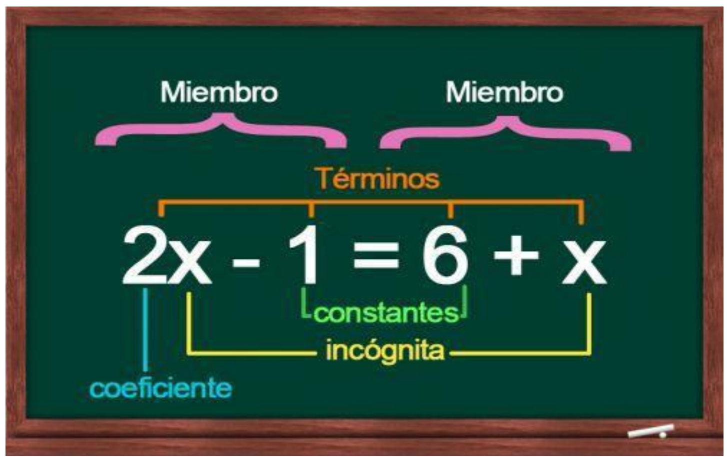


Imagen recuperada de Google

Tipos de ecuaciones

Existen diferentes tipos de ecuaciones de acuerdo con su función, conozcamos cuáles son.

Ecuaciones algebraicas
Las ecuaciones algebraicas, que son las fundamentales, se clasifican o subdividen en:

a) Ecuaciones de primer grado o ecuaciones lineales. Son las que involucran una o más variables a la primera potencia y no presenta producto entre variables. Por ejemplo: $a x + b = 0$

b) Ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas. En este tipo de ecuaciones, el término desconocido está elevado al cuadrado. Por ejemplo: $ax^2 + bx + c = 0$

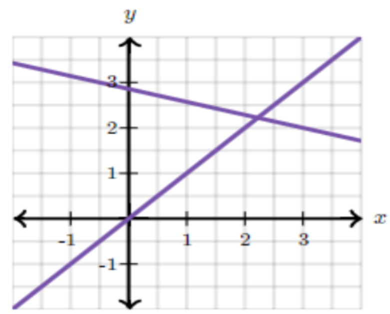
c) Ecuaciones de tercer grado o ecuaciones cúbicas. En este tipo de ecuaciones, el término desconocido está elevado al cubo. Por ejemplo: $ax^3+ bx^2 + cx + d = 0$

d) Ecuaciones de cuarto grado. Aquellas en las que a, b, c y d son números que forman parte de un cuerpo que puede ser números reales o complejos. Por ejemplo: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, $a \neq 0$

Un sistema de ecuaciones lineales usualmente tiene una sola solución, pero a veces puede no tener ninguna (rectas paralelas) o un número infinito (misma recta).

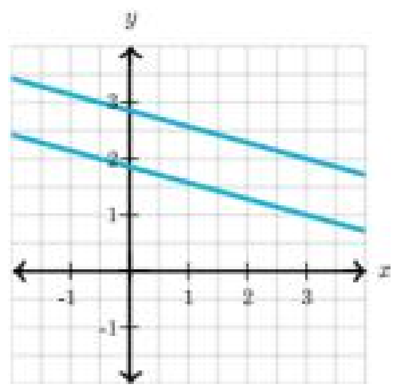
Una solución

Un sistema de ecuaciones lineales tiene una solución cuando las gráficas se intersecan en un punto



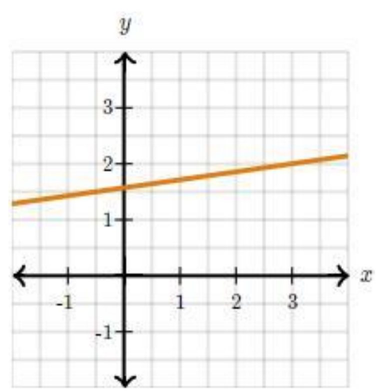
Sin solución

Un sistema de ecuaciones lineales no tiene solución cuando las gráficas son paralelas.



Soluciones infinitas

Un sistema de ecuaciones lineales tiene soluciones infinitas cuando las gráficas son exactamente la misma recta.



Evaluación

La evidencia que deberás entregar a tu maestra o maestro para su revisión serán los siguientes:

Actividad 1: Cuestionario.
Actividad 2: Solución a los planteamientos.
Actividad 3: Solución a los planteamientos.

Anexos

Fuentes de consulta

1. Video: https://www.youtube.com/watch?v=03ZfqaS7SXw
2. ¿Qué es una ecuación? https://blogs.ua.es/matesfacil/2018/10/08/que-es-una-ecuacion/
3. Graficas que muestran soluciones de ecuaciones. https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:number-of-solutions-to-systems-of-equations/a/number-of-solutions-to-system-of-equations-review#:~:text=Un%20sistema%20de%20ecuaciones%20lineales%20usualmente%20tiene%20una%20sola%20soluci%C3%B3n,art%C3%ADculo%20revisamos%20los%20tres%20casos.&text=Una%20soluci%C3%B3n.,se%20intersecan%20en%20un%20punto.
4. Partes de una ecuación: https://www.significados.com/ecuacion/
5. Tabla y ejemplos: libro de texto de telebachillerato
   - Misael Garrido Méndez.
   - Luz del Carmen Llamas Casoluengo.
   - Israel Sánchez Linares
   - **http://alumnos.cobachbcs.edu.mx/matematicas-i/**

Bibliografía

1. Barnett, R. (1992). *Precálculo*. México: Limusa.
2. Fleming, W. y Varberg, D. (1991). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México: Prentice Hall.
3. Gobran, A. (1990). *Álgebra Elemental*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
4. Lehmann, Ch. (1980). *Álgebra.* México: Limusa.
5. Parra, L. H. (1995). *Algebra Preuniversitaria*. México: Limusa.
6. Rees, S. y Col. (1992). *Álgebra.* México: McGraw Hill.
7. Smith, S. y Col. (2001). *Álgebra.* E.U.A.: Addison Wesley Iberoamericana.

   Complementaria:
8. Dolciani y Col. (1989). *Álgebra Moderna Libro 1*. México: Publicaciones Cultural.
9. García, M. A. (1995). *Matemáticas 1 para preuniversitarios*. México: Esfinge.
10. Leilthold, L. (1994). *Álgebra y trigonometría con Geometría Analítica*. México: Harla.

BLOQUE VII. Ecuaciones cuadráticas.

Introducción

Aprendizaje esperado: Explica la solución de ecuaciones cuadráticas para la toma de decisiones, valorando su uso en las problemáticas del entorno.

La presente guía didáctica pretende acompañarte, mediante una metodología de educación a distancia, en el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de ecuaciones cuadráticas. Se trata del séptimo bloque de la asignatura de Matemáticas I, perteneciente al programa de estudios propuesto por la Dirección General del Bachillerato. Esta guía te proporcionará actividades que puedes realizar para el desarrollo pertinente del bloque antes mencionado, así como los criterios de evaluación.

Es común que preguntes la razón de estudiar matemáticas, si bien te interesa estudiar una carrera que no tiene que ver con esta ciencia. Aunque se crea que existen campos de estudio totalmente ajenos a las matemáticas, siempre existe una relación, por más mínima que sea, con ellas. El estudio de las matemáticas desarrolla en las personas habilidades, como el pensamiento lógico, la resolución de problemas y la toma de decisiones que nos ayudan en cualquier situación de la vida cotidiana.

Las matemáticas son de gran importancia en la mayoría de los sectores productivos, por ejemplo: en el cálculo de costos, evaluación de riesgos, control de calidad, así como en el modelado y solución de problemas. En específico, un modelo matemático se expresa comúnmente con ecuaciones, que describen una situación en particular, como puede ser la cantidad de material que se utilizaría para producir una lata de refresco con dimensiones específicas y, a su vez, el costo que tendría. Entender el comportamiento de las ecuaciones y tener las herramientas necesarias para manipularlas, genera la posibilidad, de encontrar la forma y dimensiones específicas para producir latas que contengan un volumen específico de producto, haciendo uso de la menor cantidad de material posible y reduciendo los costos de producción del mismo.

Para el desarrollo pertinente del aprendizaje del bloque, es necesario que domines las operaciones algebraicas básicas (suma, resta, multiplicación y división de polinomios), así como que entiendas los productos notables y la factorización. Todos estos conocimientos son vistos previamente en el bloque V de la asignatura.

Como ya se ha mencionado, la presente guía trata el tema de Ecuaciones cuadráticas, o también llamadas ecuaciones de segundo grado. Se describen las características de este tipo de ecuaciones, así como sus métodos de solución y la interpretación de resultados para la toma de decisiones

Desarrollo

Las actividades propuestas en el siguiente documento están pensadas para que te enfrentes a un proceso de enseñanza-aprendizaje a distancia. En él estudiarás el tema de ecuaciones cuadráticas. El objetivo de la primera actividad es que conozcas los conceptos básicos del tema. Posteriormente, en la segunda actividad, se explica de manera detallada un método general para que resuelvas este tipo de ecuaciones. Finalmente, en la última actividad se plantean problemas que deberás resolver.

Actividades sugeridas para desarrollar el aprendizaje esperado

Actividad 1

Evaluación diagnóstica
Resuelve cada uno de los siguientes problemas. Posteriormente, verifica tus resultados con las respuestas correctas que encontrarás al final de la actividad.

1. Sabiendo que:
$P(x) = 1 - 5x^2 + 3x$
$Q(x) = 4 - 2x + 3x^2$
Calcula:
a) $Q(x) + P(x)$
b) $Q(x) - P(x)$

2. Calcula $(2x - 4)(x + 6)$

3. Utilizando las propiedades de los productos notables, calcula el desarrollo de cada uno de los siguientes productos notables:
a) $(3x + 2)^2$
b) $(x + 4)(x - 4)$

4. Factoriza las siguientes expresiones:
a) $x^2 + 7x + 12$
b) $x^2 - 6x + 8$
c) $4x^2 - 25$

Respuestas correctas
1.a $-2x^2 + x + 5$
1.b $-8x^2 + 5x - 3$
2. $2x^2 + 8x - 24$
3.a $9x^2 + 12x + 4$
3.b $x^2 - 16$
4.a $(x + 4)(x + 3)$
4.b $(x - 4)(x - 2)$
4.c $(2x + 5)(2x - 5)$

Tiempo: 1 hora
Se realiza: de forma individual.

Actividad 2

Realiza un mapa conceptual sobre ecuaciones cuadráticas. Considera los tipos de ecuaciones cuadráticas y los métodos existentes para resolver este tipo de ecuaciones. En el apartado de Sugerencias de estudio encontrarás la información necesaria para realizar la actividad. Si cuentas con acceso a internet, puedes reforzar tu trabajo consultando alguna página digital. El siguiente vínculo es una sugerencia de consulta: https://www.nobbot.com/educacion/resolver-ecuaciones-de-segundo-grado/

Tiempo: 1 día.
Se realiza: de forma individual.

Actividad 3

Realiza un algoritmo donde se expliquen los pasos a seguir para resolver una ecuación cuadrática por cada uno de los métodos mencionados en el apartado de Sugerencias de estudio (factorización, completando el trinomio cuadrado perfecto (TCP) y fórmula cuadrática). Si cuentas con acceso a internet puedes revisar los siguientes enlaces, donde se explica la solución de ecuaciones cuadráticas por cada uno de los métodos antes mencionados.
https://www.youtube.com/watch?v=oXm9s1iFSpw&feature=youtu.be
https://www.youtube.com/watch?v=LT4EHxDRlG8
https://www.youtube.com/watch?v=ZC67c5ar9mA

Tiempo: 3 días.
Si te es posible reunirte virtualmente con otros compañeros o compañeras organiza un un equipo de tres personas para elaborar el ejercicio.

Actividad 4

Resuelve los siguientes problemas propuestos. Utiliza dos métodos de solución para resolver cada uno de los problemas:

$x^2 + 5x + 6 = 0$ $\qquad$ $x^2 - x - 6 = 0$ $\qquad$ $15x^2 + 15x - 30 = 0$

$x^2 - 1 = 0$ $\qquad$ $x^2 - 4 = 0$ $\qquad$ $6x^2 - 24 = 0$

En el siguiente vínculo puedes ingresar cada una de las ecuaciones anteriores para comprobar los resultados a los que has llegado. Si no cuentas con internet, puedes presentar tus resultados a tu maestra o maestro para que los revisen y te den la orientación necesaria para lograr el resultado correcto.
https://www.wolframalpha.com/

Tiempo: 3 días
Se realiza: de forma individual.

Sugerencias de estudio

Una ecuación cuadrática es aquella en la cual, una vez simplificado, el mayor exponente de la incógnita es 2. La forma estándar de una ecuación cuadrática es $ax^2 + bx + c = 0$, donde *a* es el coeficiente del término cuadrático, *b* es el coeficiente del término de primer grado y *c* es la constante.

Se conocen como ecuaciones completas de segundo grado a las que tienen un término en x^2, un término en x y un término independiente de x, como:

$$x^2 + 2x - 4 = 0 \qquad 4x^2 + 3x + 5 = 0 \qquad 3x^2 - x + 4 = 0$$

Las ecuaciones incompletas de segundo grado son ecuaciones que carecen del término en x, o que carecen del término independiente:

$$x^2 - 4 = 0$$
(carece del término en *x*)

$$2x^2 + 7x = 0$$
(carece del término independiente)

Raíces de una ecuación
Las raíces de una ecuación de segundo grado son los valores de la incógnita que satisfacen la ecuación. Toda ecuación de segundo grado tiene dos raíces. Por ejemplo, para la ecuación $x^2 + x - 6$ sus raíces son $x_1 = 2$ y $x_2 = -3$, ya que ambos valores satisfacen a la ecuación. Así, resolver una ecuación de segundo grado no es más que buscar las raíces de la ecuación.

Solución de ecuaciones cuadráticas por factorización
La técnica preferida para resolver ecuaciones cuadráticas es la factorización cuando los factores se pueden encontrar con rapidez. A continuación, se explica el procedimiento para resolver ecuaciones cuadráticas mediante este método, considerando la solución de la ecuación $10x = -x^2 - 24$ para ilustrar cada uno de los pasos.

1. Escribe la ecuación en forma estándar, con el término cuadrático con coeficiente positivo. Esto dará que un lado de la ecuación sea 0.

$$x^2 + 10x + 24 = 0$$

2. Factoriza el lado de la ecuación que no es igual a 0.

$$(x + 6)(x + 4) = 0$$

3. Iguala a 0 cada uno de los factores que contiene la variable y resuelve cada ecuación.

$$x + 6 = 0 \quad o\ bien \quad x + 4 = 0$$

$$x = -6 \qquad\qquad x = -4$$

Las soluciones a la ecuación propuesta son -6 y -4, para distinguir cada una de las respuestas, se escribe el subíndice 1 y 2.

$$x_1 = -6 \qquad\qquad x_2 = -4$$

Solución de ecuaciones cuadráticas completando el trinomio cuadrado perfecto
A continuación, se mencionan los pasos a seguir para resolver ecuaciones cuadráticas completando el TCP.

1. Asegúrate que el término cuadrático tenga un coeficiente de 1. Si el coeficiente no es 1, es necesario dividir ambos lados de la ecuación entre el valor del coeficiente para hacerlo igual a 1, por ejemplo:

$$2x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$\frac{2x^2 - 6x - 36}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

2. Reescribe la ecuación, pasando el término constante a la derecha de la ecuación. Considerando el ejemplo ilustrado en el paso anterior:

$$x^2 - 3x = 18$$

3. Toma un medio del coeficiente numérico del término de primer grado

$$-\frac{3}{2}$$

elévalo al cuadrado

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

y suma esta cantidad en ambos lados de la ecuación.

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 18 + \frac{9}{4}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{81}{4}$$

4. Reemplaza el trinomio en el lado izquierdo de la ecuación con su binomio elevado al cuadrado equivalente.

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$$

5. Obtén la raíz cuadrada de ambos lados de la expresión.

$$x-\frac{3}{2}=\pm\sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{9}{2}$$

6. Despeja la variable.

$$x=\frac{3}{2}\pm\frac{9}{2}$$

$$x_1=\frac{3}{2}+\frac{9}{2} \quad o\ bien \quad x_2=\frac{3}{2}-\frac{9}{2}$$

$$x_1=\frac{12}{2} \qquad x_2=-\frac{6}{2}$$

$$x_1=6 \qquad x_2=-3$$

Solución de ecuaciones cuadráticas por la fórmula cuadrática
Otro método que se puede usar para resolver cualquier ecuación cuadrática es la fórmula cuadrática (o fórmula general). Es el método más útil y versátil para resolver ecuaciones cuadráticas.

Para resolver una ecuación cuadrática por medio de la fórmula general, toma en cuenta los siguientes pasos:

1. Escribe la ecuación en la forma estándar, $ax^2+bx+c=0$, y determina los valores numéricos para *a*, *b* y *c*. Observa los siguientes ejemplos, donde se identifica el valor de los coeficientes.

Ecuación cuadrática en forma estándar	Valores de a, b y c
$x^2-5x+6=0$	a = 1, b = -5, c = 6
$5x^2+3x=0$	a = 5, b = 3, c = 0
$-\frac{1}{2}x^2+5=0$	a = -½, b = 0, c = 5

2. Sustituye los valores para *a, b* y *c* del paso 1 en la fórmula general.

Fórmula general

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

3. Realiza los cálculos pertinentes considerando la jerarquía de operaciones. Recuerda que una ecuación cuadrática tiene dos raíces, el signo $\pm$ que aparece en la fórmula general indica que se encontrará una raíz al realizar una operación de suma en el numerador de la expresión y la otra raíz se obtiene al restar el numerador.

Ejemplo. Utiliza la fórmula cuadrática para resolver la ecuación:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Solución. En esta ecuación a = 1, b = 4 y c = 3. Sustituye estos valores en la fórmula cuadrática y luego evalúa.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(4) \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2}{2} \quad o\ bien \quad x_2 = \frac{-4 - 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2}{2} \qquad\qquad x_2 = \frac{-6}{2}$$

$$x_1 = -1 \qquad\qquad x_2 = -3$$

Evaluación

Ejemplos de escala de clasificación para el examen diagnóstico (Actividad 1)

Nivel de desempeño	Puntuación	Resumen descriptivo
Excelente	8 respuestas correctas	Cuentas con los conocimientos previos necesarios para desarrollar el bloque sin problema.
Bueno	7 - 6 respuestas correctas	Cuentas con buenas bases para el estudio del bloque.
Regular	5 – 4 respuestas correctas	Muestras deficiencia en los conocimientos clave para el desarrollo del bloque. Se te sugiere repasar el bloque V para fortalecer los conocimientos previos necesarios.
Deficiente	3 respuestas correctas o menos	No cuentas con los conocimientos previos necesarios, por lo que no alcanzas los aprendizajes esperados. Es importante que repaces los temas vistos en el Bloque V.

Rúbrica para el mapa conceptual

Valoración	2 puntos	1 punto	0 puntos	Total
Profundización del tema	Descripción clara de los conceptos que componen el tema y buena cantidad de detalles.	Descripción ambigua de los conceptos, cuenta con algunos detalles que no clarifican el tema.	Descripción confusa de los conceptos que componen el tema y con detalles escasos.	
Aclaración sobre el tema	Mapa bien organizado y claramente presentado, así como de fácil seguimiento.	Mapa bien focalizado, pero no suficientemente organizado.	Mapa poco claro, sin coherencia entre las partes que lo componen.	
Alta calidad del diseño	Mapa sobresaliente y atractivo que cumple con los criterios de diseño planteados, sin errores de ortografía.	Mapa con estructura simple pero bien organizada con al menos tres errores de ortografía.	Mapa mal realizado que no cumple con los criterios de diseño planteados y con más de tres errores de ortografía.	
Elementos propios del mapa conceptual	Se identifican los conceptos principales y subordinados. Todos los conceptos han sido bien vinculados y etiquetados.	Los conceptos principales fueron bien identificados y subordinados, pero no han sido bien vinculados ni etiquetados.	No se pueden identificar los conceptos principales y subordinados ni existe relación entre los conceptos.	
Presentación del mapa conceptual	La presentación fue hecha en tiempo y forma, además se entregó de forma limpia en el formato preestablecido (papel o digital).	La presentación fue hecha en tiempo y forma, aunque la entrega no fue en el formato preestablecido.	La presentación no fue hecha en tiempo y forma, además la entrega no se dio de la forma preestablecida por el docente.	
			Calificación de la actividad	

Rúbrica para el algoritmo

Valoración	2 puntos	1 punto	0 puntos	Total
Profundización del tema	Descripción clara y sustancial del algoritmo y buena cantidad de detalles.	Descripción ambigua del algoritmo, algunos detalles que no clarifican el tema.	Descripción incorrecta del algoritmo, sin detalles significativos o escasos.	
Aclaración sobre el tema	Algoritmo bien organizado y claramente presentado, así como de fácil seguimiento.	Algoritmo bien focalizado, pero no suficientemente organizado.	Algoritmo impreciso y poco claro, sin coherencia entre las partes que lo componen.	
Alta calidad del diseño	Algoritmo sobresaliente y atractivo que cumple con los criterios de diseño planteados, sin errores de ortografía.	Algoritmo simple pero bien organizada con al menos tres errores de ortografía.	Algoritmo mal planteado que no cumple con los criterios de diseño planteados y con más de tres errores de ortografía.	
Elementos propios del algoritmo	Todos los pasos del procedimiento han sido bien identificados y vinculados.	Los pasos principales del procedimiento fueron bien identificados, pero no han sido bien vinculados.	No se lograron identificar bien los pasos y no existe relación entre los pasos propuestos y el procedimiento.	
Presentación del mapa conceptual	La presentación fue hecha en tiempo y forma, además se entregó de forma limpia en el formato preestablecido (papel o digital).	La presentación fue hecha en tiempo y forma, aunque la entrega no fue en el formato preestablecido.	La presentación no fue hecha en tiempo y forma, además la entrega no se dio de la forma preestablecida por el docente.	
			Calificación de la actividad	

Lista de cotejo para los problemas propuestos.

Marque con una *x* los atributos mostrados en la entrega.		
	La entrega se realiza en tiempo y forma	1 punto
	El contenido se muestra ordenado y legible	1 punto
	Los procedimientos son claros y ordenados	1 punto
	Utiliza al menos dos métodos de solución para cada problema	2 puntos
	El procedimiento para la solución de los problemas es acorde al método utilizado	2 puntos
	Realiza el cálculo de cada una de las operaciones de manera correcta	2 puntos
	Expresa los resultados correctos de los problemas	1 punto
	TOTAL	

Anexos

Fuentes de información

1. https://www.nobbot.com/educacion/resolver-ecuaciones-de-segundo-grado/
2. https://www.youtube.com/watch?v=oXm9s1iFSpw&feature=youtu.be
3. https://www.youtube.com/watch?v=LT4EHxDRlG8
4. https://www.youtube.com/watch?v=ZC67c5ar9mA
5. https://www.wolframalpha.com/
6. https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:untitled-1082/v/simple-quadratic-equation

CRÉDITOS

Personal docente que elaboró:

Alenxander Cancino Morales.

Erika Morán Hernández.

José Lorenzo Sánchez Alavez.

Guerson Gamaliel Mendoza García.

Edgar Armando Macías Cruz.

César Arturo Muñoz Gallegos.

Personal docente que revisó:

Julia Yazmín Rodríguez Olguín.

José Manuel Tamayo Hu.

Alexander Cancino Morales.

Coordinación y Edición:

Personal de la Dirección de Coordinación Académica, DGB.

SEP

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

MARÍA DE LOS ÁNGELES CORTÉS BASURTO
DIRECTORA GENERAL DEL BACHILLERATO

IXCHEL VALENCIA JUÁREZ
DIRECCIÓN DE COORDINACIÓN ACADÉMICA

Secretaría de Educación Pública
Dirección General Del Bachillerato
Ciudad de México
2020

DGB